

海洋循環の理論的描像

by 久保川 厚

北海道大学大学院地球環境科学研究院

(kubok@ees.hokudai.ac.jp)

内容

- はじめに
- 地球流体力学的基礎
- 海洋循環基礎：熱塩循環(子午面循環)、線形水平循環
- 水温躍層理論 1：2.5 層モデル
- 水温躍層理論 2：連続成層モデル
- 水温躍層構造の歪みと海流

これは 2014 年 1 月 28 日～29 日に神戸大学大学院理学研究科地球惑星科学専攻で行う講義で配布する講義ノート草稿(未完成版)です。参考文献が整備されていないこと及び図のキャプションがちゃんとしていません。それ以外にも、説明が不完全なところ等いろいろありますが、ご容赦下さい。今後、時間を見て、もう少しなまともなものにする予定です。改訂版は、link の張られていない directory

http://wwwoa.ees.hokudai.ac.jp/people/kubok/etc/ocean_2014/ocean_c.pdf として置いておく予定です。興味のある方はチェックして下さい。

第 1 章の現実の海洋に関する図は、すべて、Talley et al. による教科書 Descriptive Physical Oceanography, 6th edition, Elsevier, 2011 によります。この本の図は、<http://booksite.academicpress.com/DPO/imagegallery.php> からダウンロードできます。大変役に立つ図がたくさんあります。(著作権の扱いはチェックしていません)。

Chapter 1

はじめに

1.1 目的

大気も海洋も回転球面上の薄い成層流体であり、その意味で支配方程式に大きな違いはない。しかし、等緯度線を切る境界(陸地)の存在は、大気とはまるっきり異なる循環を生み出す。また、海面が存在し、潮汐力を除く強制は基本的には海面からであるということと、熱的強制とともに海面風応力により直接運動が引き起こされる点も大きな特徴である。この講義では、そういう特徴を持つ海のようなもの、要するに、東西に岸があり、底と海面があり、海面での流体の密度は低緯度で低く、高緯度で高い、そして、海面に風応力(亜熱帯で高気圧性、高緯度で低気圧性風邪応力カール)が与えられている(赤道域は今回は考えない)を世界を考えた時、その中でどんな循環が生じるかを、なるべく簡単な設定で導出してみようという話である。基本的には、海面水温分布と風応力分布が与えられている時の、境界値問題としての海洋循環である。ただこう書くと、完全に理屈だけのようになってしまうかもしれないが(私自身は多分にそのつもりではあるが)、おそらくは、地球海洋の様子を無意識の内にちら見しながら(アプリオリな前提を置いて)やっている部分もあると思う。そのような点に気がついたときには、ご容赦を。

1.2 海洋の流れと構造を少し見てみよう

上でも述べているように、この授業では、現実の海洋のことはほとんど触れる予定はないが、何も知らないと想像が出来ないかもしれないし、嘘を嘘だと分かってもらえなくても困るので、少し現実の海洋循環、海洋の密度(水温塩分)分布を見ておこう。

図1.1は海面力学高度である。力学高度というのはジオイドからの海面の高さを η 、重力加速度を g とした時、 $g\eta$ のことである。この図の単位は $10\text{ m}^2\text{s}^{-2}$ で、 $g \simeq 10\text{ms}^{-2}$ なので、コンターの1はほぼ1mと置いて良い。平衡状態では斜面を下る方向の重力とコリオ

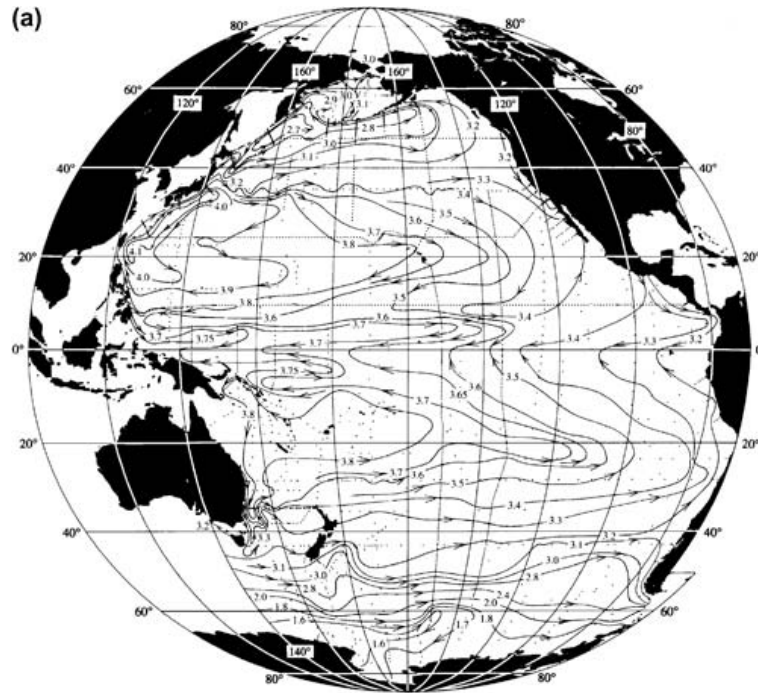


Figure 1.1: 太平洋での海面力学高度 (地衡流流線) (Talley et al. 2011 より転載)

リ力が釣り合うので、海面高度は地衡流線に対応する。すなわち、北太平洋では $10^{\circ} \sim 40^{\circ}$ では、時計回り (北部では南東向き、南部では南西向きで、西部に細い北上流が存在) の循環が、その北側には反時計回りの循環が見られる。この循環が風によるものらしいことは海面風応力分布を見るとわかる。図 1.2 に海面風応力の分布を示す。亜熱帯域の時計回りの循環 (今後は亜熱帯循環という) とその北側の反時計回りの循環 (亜寒帯循環) の間に東向きの偏西風が存在し、南の方には西向きの貿易風がある。それ故、亜寒帯域には正の渦度が、亜熱帯域には負の渦度が注入され、このような循環となる。力学の詳細については次章以降で述べる。

次に海面の水温、塩分、密度の分布を見てみる。海洋上層は、冬季には、海面が冷やされ、ある程度深いところまで混合し、密度は一様になる。その層を海洋混合層という。図 1.3 に冬季の海面水温分布、塩分分布、密度分布を示す。何故、冬季に着目するかは後ほど述べる。太平洋赤道上東半分では海面水温の低い。これは、東風による極向きエクマン輸送に伴う赤道湧昇による。その北側には水温の南北勾配の小さな緯度帯が続き、その極側では大きな南北温度勾配が存在する。海面水温は大気との熱のやり取りが重要であり、最も単純な定式化では、緯度の関数である、ある平衡状態に向かっていくと考える。

この授業では力学しか扱わない。力学に重要となるのは、温度ではなく密度である。海水の密度は、温度、塩分、圧力の関数である。塩分は降水の多い、高緯度で低くなる。

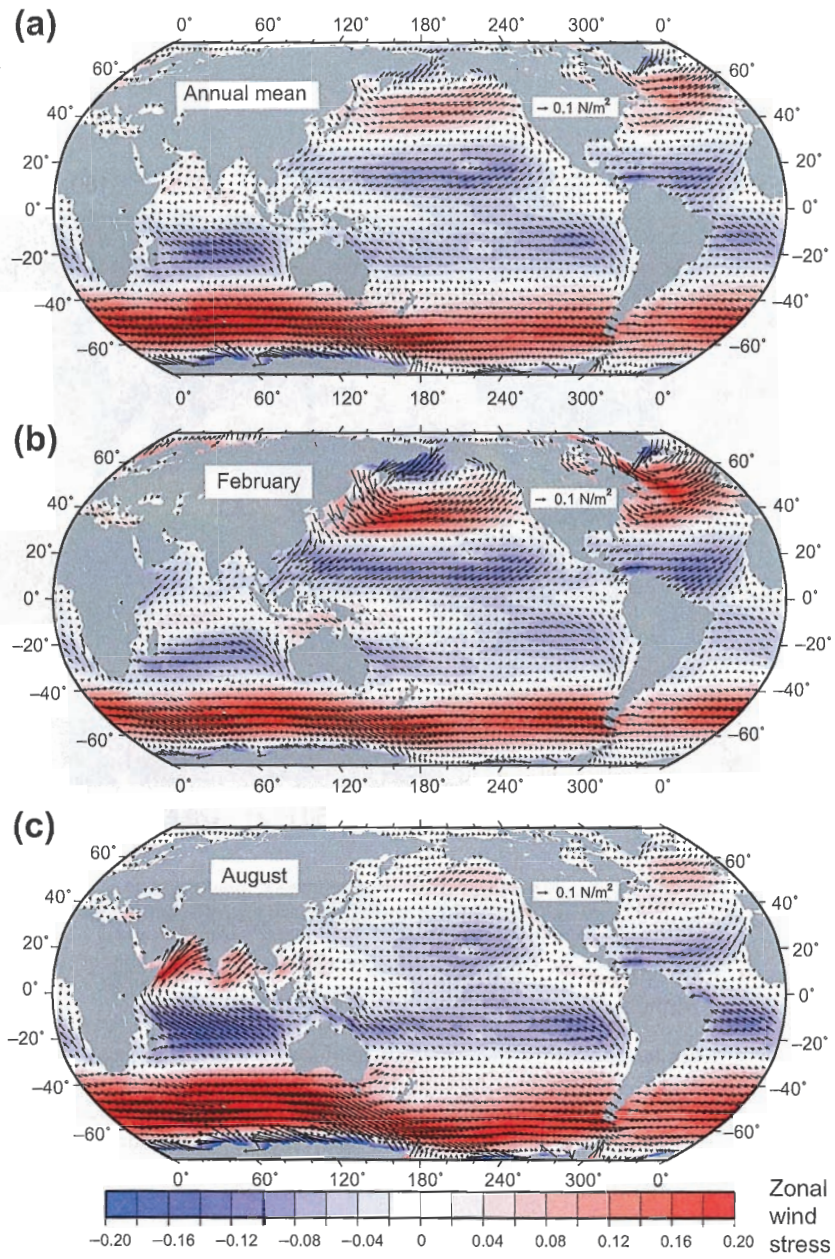


Figure 1.2: 海面での風応力ベクトルと東西成分(カラー) (Talley et al. 2011 より転載)

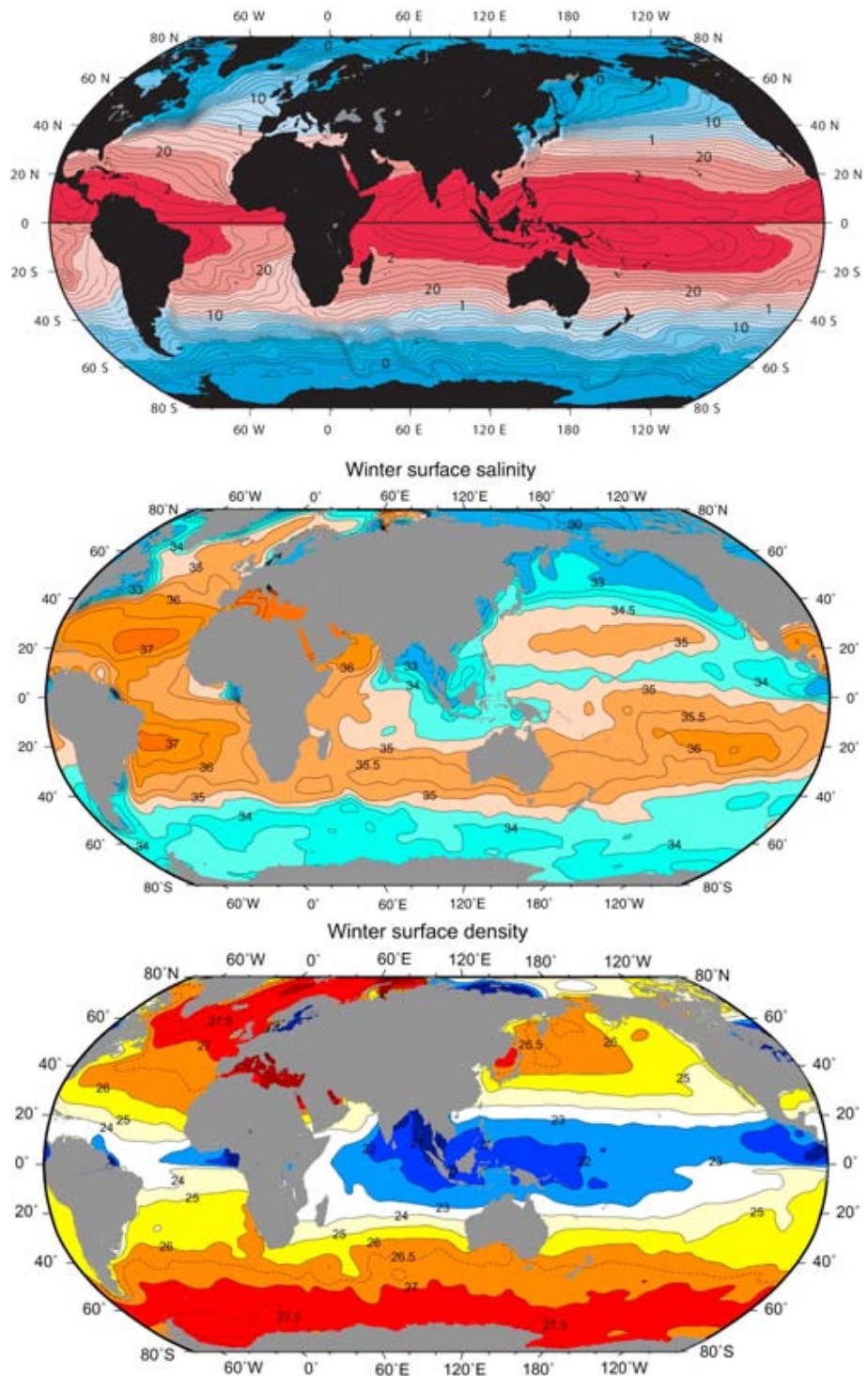


Figure 1.3: 上から順番に、冬季の海面水温、塩分、密度 (Talley et al. 2011 より転載)

しかし、海面密度分布自体は、水温分布の影響を強く受け、中緯度域では、緯度とともに密度は増加する。

北半球の亜熱帯循環域では、流れは南向きである。他方、海面密度は南の方が小さい。このことは、北の重い海面の水が南の軽い海面の水の下に潜り込むことを示唆する。海面の水は夏は軽く、冬は重い。等密度線の南北移動という風に見ると海面等密度線は、春季に北に移動し、秋季に南下する。海面での南下流速は数 cm/秒程度のもので、秋季の海面密度線の南下速度に比べると微々たるものである。夏季に北の相対的に重い水が、南側の水の下に潜り込んだとしても、冬には表面はその潜り込んだ水よりも重くなるので、結局混合し表面水と同じになる。それ故、冬季に亜表層に沈んだ水のみが、海表面の熱的強制から自由になり、海面下に留まることになる。それ故、海洋内部の密度分布を決める海面密度としては冬が重要となる。なお、風に関しては、傾圧応答は時間がかかるため、季節は影響せず、海洋の密度構造に関しては、年平均の風が重要となる。

次に、海洋の南北断面を見てみよう。図 1.4 に大西洋の温位、塩分、ポテンシャル密度、溶存酸素の南北分布を示す。海の深さは、おおよそ 5000m である。海面近くの 1000m より深いところでは密度はほとんど同じである。塩分は表層熱帯で高いが、高塩の水が北部から深層に伸びているのが分かる。また、極側表層から溶存酸素の高い水が伸びてきているのが分かる。海水中の溶存酸素は海面で大気と平衡になり、陽の光が届かないところでは各種生物や有機物の分解により消費され減少していく。すなわち、高いところほど水が新しい。この図より、大西洋北部で冷やされて沈み込んだ水が、深層に広がっていることが分かる。また、南極側底層に冷たい水が広がってきているが、これは南極周りのできた南極底層水である。

太平洋の南北測線観測結果 (図 1.5) は大西洋に比べると平板な印象を与える。南極近くの底層には冷たい水があり、その水の溶存酸素は高い。すなわち、太平洋には南から深層に水が入り込んでおり、北半球では深層水は作られていないことが分かる。

1.3 はじめにのまとめ

海面の密度は、大まかには、低緯度で小さく、高緯度で大きい。海面から水深 1000 m ぐらいまで密度は鉛直方向に大きく変わるが、それより深いところでは密度はあまり変わらない。海洋の大部分を占める水は、極域で海面に接している最も大きな密度の水である。海洋内部では熱的強制も働かない。基本的には海面からの強制で駆動される。乱流による拡散は実際には重要であるが、拡散係数を流体自身が持つものと考えれば、境界値で決まることになる。そういう観点でここでは議論することとする。

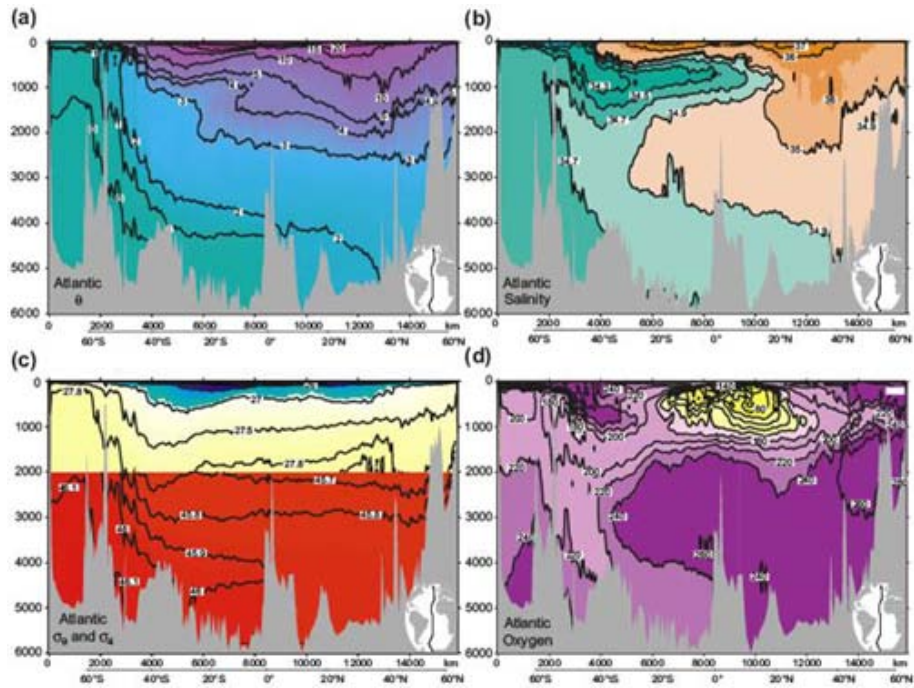


Figure 1.4: 大西洋の南北測線での (a) 温位、(b) 塩分、(c) ポテンシャル密度、(d) 溶存酸素 (Talley et al. 2011 より転載)

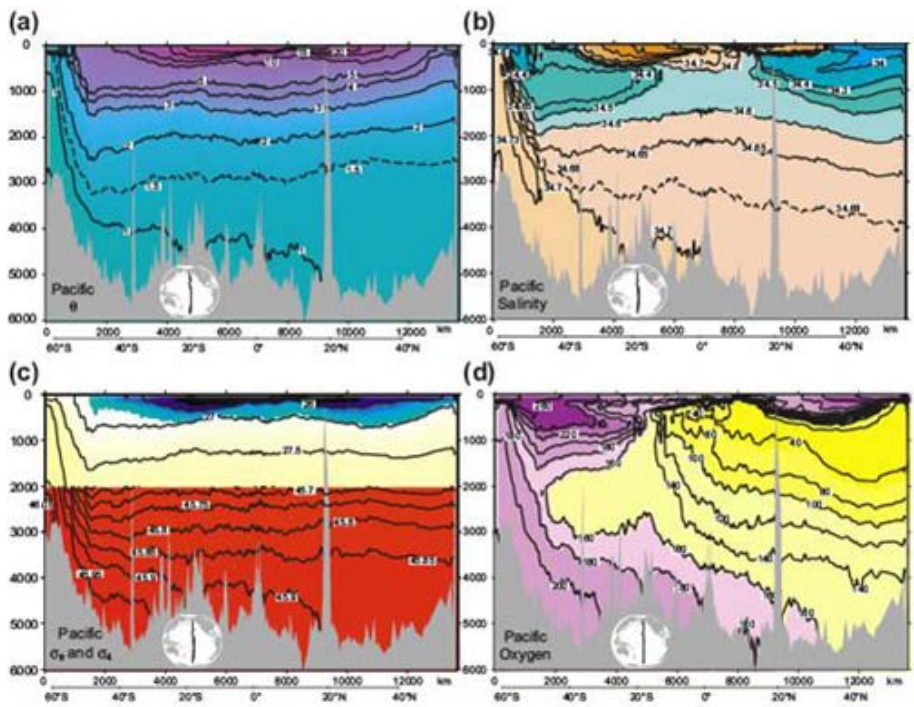


Figure 1.5: 太平洋の南北測線での (a) 温位、(b) 塩分、(c) ポテンシャル密度、(d) 溶存酸素 (Talley et al. 2011 より転載)

Chapter 2

基礎的な事柄

2.1 流体の方程式

回転系での流体の運動方程式は、

$$\frac{d\mathbf{v}}{dt} + 2\boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{v} = -\frac{1}{\rho}\nabla p - g\mathbf{k} + \text{粘性} \quad (2.1)$$

となる。ここで、 d/dt は物質微分 ($= \partial/\partial t + \mathbf{v} \cdot \nabla$)、 $\boldsymbol{\Omega}$ は系の角速度ベクトルで、 \mathbf{k} は鉛直上向きの単位ベクトル。連続の式は、

$$\frac{d\rho}{dt} + \rho\nabla \cdot \mathbf{v} = 0 \quad (2.2)$$

である。海洋のゆっくりとした流れを考える場合、十分に良い近似で非圧縮と見做せる。すなわち、

$$\nabla \cdot \mathbf{v} = 0 \quad (2.3)$$

ただし、この式は運動に対して制約を与える式であって、必ずしも $d\rho/dt = 0$ を意味しない。海水の密度の変化幅は非常に小さいので、流速ベクトルは十分に良い近似で非発散であるが、その微少な密度の変化による浮力はゆっくりとした海水運動においては無視できないからである。

密度を、ポテンシャル水温 T 、塩分 S 、圧力 p のみの関数と見做せれば、 ρ は

$$\frac{dT}{dt} = Q_T, \quad \frac{dS}{dt} = Q_S, \quad \rho = \rho(T, S, p) \quad (2.4)$$

によって決定されると考えれば良い。ここで、 Q_T, Q_S は拡散と加熱、もしくは塩分ソースを表す。これで、方程式系は、変数 7 に対して、方程式が 7 で系は閉じる。海水の密度はそう大きくは変化しないので、密度を $\rho = \rho_0 - \alpha_T(T - T_0) + \alpha_S(S - S_0)$ と書ける仮定とすると、

$$\frac{d\rho}{dt} = -\alpha_T Q_T + \alpha_S Q_S \quad (2.5)$$

となる(ここで扱うような話では、これでもさほど問題はない)。拡散は乱流拡散で、拡散係数が温度に対しても塩分に対しても同じだとすると、

$$\frac{d\rho}{dt} = \nabla \cdot K \nabla \rho \quad (2.6)$$

である。ここでは、一応、拡散が非等方である可能性を考え、拡散係数を行列としている。なお、この授業で拡散があらわに出てくるのは基本成層の形成に関してだけで、後は、密度をラグランジュ的な保存量と考える。拡散のない理論ではところどころに不連続性が現れるので、実際には拡散を無視できるわけではない。

2.2 渦度・ポテンシャル渦度

(2.1) の rotation をとると、

$$\frac{d}{dt} \nabla \times \mathbf{v} = (2\boldsymbol{\Omega} + \nabla \times \mathbf{v}) \cdot \nabla \mathbf{v} + \frac{\nabla \rho \times \nabla p}{\rho^2} + \nabla \times \text{粘性} \quad (2.7)$$

これが渦度方程式である。ここで、(2.3) を用いた。次に

$$\frac{d}{dt} \Theta = 0 \quad (2.8)$$

を満足する物理量 Θ を考えると

$$\frac{d}{dt} [(2\boldsymbol{\Omega} + \nabla \times \mathbf{v}) \cdot \nabla \Theta] = \nabla \Theta \cdot \left[\frac{\nabla \rho \times \nabla p}{\rho^2} \right] + \nabla \Theta \cdot \nabla \times \text{粘性} \quad (2.9)$$

を得る。もし、 Θ が p と ρ のみの関数であり、かつ粘性が無視できれば、

$$Q = (2\boldsymbol{\Omega} + \nabla \times \mathbf{v}) \cdot \nabla \Theta$$

は Lagrange 的な保存量となる。これはポテンシャル渦度と呼ばれる。今考えている世界では (2.6) の右辺はほぼゼロと思っているので、 Θ としては ρ を用いればよい。 h だけ離れた 2 つの密度面に挟まれた流体を考え、 $(2\boldsymbol{\Omega} + \nabla \times \mathbf{v})$ の密度面に直交する成分を ω とすると、この量が一定というのは、 ω/h が一定と言うことで、これは角運動量の保存に対応する。

2.3 球面座標・局所デカルト座標での方程式

(2.1) は球面極座標では、

$$\frac{Du}{Dt} - \left(2\boldsymbol{\Omega} + \frac{u}{r \cos \theta} \right) (v \sin \theta - w \cos \theta) = -\frac{1}{\rho r \cos \theta} \frac{\partial p}{\partial \lambda} + \text{粘性項} \quad (2.10)$$

$$\frac{Dv}{Dt} + \frac{wv}{r} + \left(2\Omega + \frac{u}{r \cos \theta}\right) u \sin \theta = -\frac{1}{\rho r} \frac{\partial p}{\partial \theta} + \text{粘性項} \quad (2.11)$$

$$\frac{Dw}{Dt} - \frac{v^2}{r} - \left(2\Omega + \frac{u}{r \cos \theta}\right) u \cos \theta = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial r} - g + \text{粘性項} \quad (2.12)$$

となる。ここで、 λ, θ, r は経度、緯度、地球中心からの距離、 u, v, w はその方向の流速で、

$$g = -|\nabla \lambda|,$$

$$\frac{D}{Dt} = \frac{\partial}{\partial t} + \frac{u}{r \cos \theta} \frac{\partial}{\partial \lambda} + \frac{v}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} + w \frac{\partial}{\partial r}$$

である。また、非圧縮の連続の式は、

$$\frac{1}{r \cos \theta} \frac{\partial u}{\partial \lambda} + \frac{1}{r \cos \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} (v \cos \theta) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial r^2 w}{\partial r} = 0. \quad (2.13)$$

地球上の流体運動を考える場合、定量的にはこの球面極座標での議論が必要になるが、球面座標での理論展開は必ずしも見通しがよくなく、かつ、多くの場合、定性的には局所直交直線座標で十分議論することが可能である。この局所座標は、緯度 $\theta = \theta_0$ 、経度 λ_0 、 $r =$ 地球半径 (a) に接する平面を考え、

$$x = (\lambda - \lambda_0)a \cos \theta_0, \quad y = (\theta - \theta_0)a, \quad z = r - a \quad (2.14)$$

によって与えられる。地球の自転による速度、 $r\Omega$ 、に比べて流速がずっと小さく、かつ、 $|x/a|$ 、 $|y/a|$ 、 $|z/a|$ がすべて 1 よりずっと小さいという仮定の下で、 (x, y, z) 成分の方程式はそれぞれ

$$\frac{Du}{Dt} - fv + \hat{f}w = -\frac{1}{\rho_0} \frac{\partial p}{\partial x} + \text{粘性項} \quad (2.15)$$

$$\frac{Dv}{Dt} + fu = -\frac{1}{\rho_0} \frac{\partial p}{\partial y} + \text{粘性項} \quad (2.16)$$

$$\frac{Dw}{Dt} - \hat{f}u = -\frac{1}{\rho_0} \frac{\partial p}{\partial z} - \frac{\rho}{\rho_0} g + \text{粘性項} \quad (2.17)$$

となる。ここで、 f と \hat{f} は地球の自転ベクトルの 2 倍、 2Ω 、の鉛直並びに北向き成分、

$$f = 2\Omega \sin \theta, \quad \hat{f} = 2\Omega \cos \theta \quad (2.18)$$

である。

密度を $\rho(x, y, z, t) = \rho_0 + \bar{\rho}(z) + \rho'(x, y, z, t)$ と平均密度 + 静止状態の密度分布 + 変動成分に分離する。海水の密度の変化幅は小さく、 $\rho_0 \gg |\bar{\rho}|$ である。圧力も静止状態でのもの $\bar{p}(z)$ と変動成分 p' に分ける。そうすると (2.17) は

$$\frac{Dw}{Dt} - \hat{f}u = -\frac{1}{\rho_0} \frac{\partial p'}{\partial z} - \frac{\rho'}{\rho_0} g + \text{粘性項} \quad (2.19)$$

となり、(2.15), (2.16) の圧力も p' になる。

通常、 \hat{f} の項は無視される。また、鉛直方向の運動方程式は静水圧の関係式で近似される。これは、大気や海洋の長い時間スケールをもつ現象に対しては、水平スケール (100km ~ 10000km) に比べて鉛直スケール (1km ~ 10km 程度) が十分に小さいという事実から導かれる。そして、この事実は大気や海洋が成層流体であることにより鉛直方向の運動が押さえられるということから説明される。方程式を再度書くと

$$\frac{Du}{Dt} - fv = -\frac{1}{\rho_0} \frac{\partial p'}{\partial x} + \text{粘性項} \quad (2.20)$$

$$\frac{Dv}{Dt} + fu = -\frac{1}{\rho_0} \frac{\partial p'}{\partial y} + \text{粘性項} \quad (2.21)$$

$$0 = -\frac{1}{\rho_0} \frac{\partial p'}{\partial z} - \frac{\rho}{\rho_0} g \quad (2.22)$$

となる。

2.4 地衡流とスベルドラップの式

地球自転角速度 Ω は $2\pi/1$ 日である。大規模スケールの海水運動を考えた場合には、そのように速い速度での回転はあり得ない。地球 (回転系) に固定した座標系から見たときの流体の渦度 $\nabla \times v$ を相対渦度という。それに対して、宇宙 (静止系) から見たときの渦度は、速度が $v_I = v + \Omega \times r$ なので、 $\nabla \times v + 2\Omega$ となる。 2Ω は時点に伴う渦度という事になる。先に述べたように大規模な運動は主に水平面に限られるので、渦度としては鉛直成分のみを考え、 2Ω の鉛直成分 f を惑星渦度という。相対渦度/惑星渦度はロスビー数と呼ばれる。ロスビー数が小さく、準定常であれば、時間変動項、移流項は無視でき、方程式 (2.10), (2.11) は

$$-fv = -\frac{1}{\rho_0 a \cos \theta} \frac{\partial p'}{\partial \lambda} \quad (2.23)$$

$$fu = -\frac{1}{\rho_0 a} \frac{\partial p'}{\partial \theta} \quad (2.24)$$

$$0 = -\frac{\partial p'}{\partial z} - \rho' g \quad (2.25)$$

(2.23), (2.24) から渦度方程式の鉛直成分を求め、連続の式を用いると

$$\beta v = f \frac{\partial w}{\partial z} \quad (2.26)$$

が得られる。ここで、 $\beta = (1/a)df/d\theta$ である。これをスベルドラップの関係式と呼ぶ。流体はポテンシャル渦度を保存しつつ移動する。ポテンシャル渦度の保存によれば、緯度

が変化しときには、相対渦度が流体の厚さが変化して、 f の変化分を吸収する。上の議論では、ロスビー数が十分に小さいと考えているので、相対渦度は大きくは成り得ない。それ故、流体の厚さが変化することになる。空間スケール L の大きな流体の塊が南北に移動し、その f の変化分を相対渦度で補うとすると大きな流速が必要になる。その時、厚さが変化するほうがエネルギーが小さければ、厚さが変化するであろう。どちらが起きるかは流体塊の大きさと変形半径の比による。なお、ここでは水平スケールに比べて傾圧変形半径が十分に小さい現象のみを扱うので、変形半径は出てこない。また、流体が剛体の底 ($z = -H$) と上面 ($z = 0$) に挟まれている場合には $\beta \int_{-H}^0 v dz = 0$ なので、相対渦度が小さいという条件の下では南北移動は生じ得ない。

他方、 $\beta L \ll f$ の場合には、地衡流は水平非発散となり、地衡流流線、 $\psi = p'/\rho_0 f_0$ が導入でき (f_0 は f の代表値)、

$$u = -\frac{\partial \psi}{\partial y}, \quad v = \frac{\partial \psi}{\partial x}$$

と表現できる (ここで、 $\beta L \ll f_0$ は現象のスケールが地球半径より十分に小さいという事なので局所デカルト座標系で書いている)。

2.5 Ekman 層

大気におけるエクマン層は、地表に接して生じる境界層であり、それより上を自由大気と呼ぶ。海洋においても同様の海底境界層は重要であるが、それ以外に、海面に風が吹くことにより、海面に接した境界層も生じる。

海洋内部では (渦) 粘性項はコリオリ項に比べて十分に小さいと考えられる。したがって、風による海洋循環は直接レイノルズ応力項によって駆動されるわけではない。しかし、海面で風応力が与えられている以上、海面近くでは、風起源の (渦) 粘性応力の収束が重要となる。海面近くでの水平成分の運動方程式は、

$$\rho f \mathbf{k} \times \mathbf{u} = -\nabla_H p + \frac{\partial \boldsymbol{\tau}}{\partial z} \quad (2.27)$$

である。ここで、 ∇_H は水平の gradient 演算子、応力 $\boldsymbol{\tau}$ は水平運動量の (渦) 粘性による鉛直フラックスで、海面では風応力 $\boldsymbol{\tau}_s$ に一致する。圧力傾度力をそれに対応する地衡流場 \mathbf{u}_g で表現すると

$$\rho f \mathbf{k} \times (\mathbf{u} - \mathbf{u}_g) = \frac{\partial \boldsymbol{\tau}}{\partial z} \quad (2.28)$$

$z = -\delta_e$ で $\boldsymbol{\tau}$ がゼロになるとして、この式を $-\delta_e$ から海面まで鉛直に積分すると

$$f \mathbf{k} \times \int_{-\delta_e}^0 dz \rho (\mathbf{u} - \mathbf{u}_g) = \boldsymbol{\tau}_s \quad (2.29)$$

この式より、地衡流に相対的な質量輸送ベクトル (Ekman フラックス) $M_e = \int_{-\delta_e}^0 dz \rho(\mathbf{u} - \mathbf{u}_g)$ は海面風応力ベクトルと直行する方向を向くことが分かる。もし、 $f > 0$ (北半球) なら、右向きである。これは、コリオリ力と外力のつり合いからの当然の結果である。

エクマン輸送自体は表面近くのみに限られる。また、それより深いところには粘性は働かないので、鉛直応力によって運動が深い方に伝わるわけではない。この運動を惹き起こすのは、内部領域での水平流の収束発散 (渦位の保存) である。

エクマン層内での質量フラックスの発散 $\nabla_H \cdot M_e$ は、

$$\nabla_H \cdot M_e = \mathbf{k} \cdot \left(\nabla \times \frac{\boldsymbol{\tau}_s}{f} \right) \quad (2.30)$$

$\nabla \cdot M_e = \int_{-\delta_e}^0 dz \nabla \cdot \{\rho(\mathbf{u} - \mathbf{u}_g)\}$ であり、かつ、密度はほぼ一定なので、 $\rho = \rho_0$ と置くと、(2.30) は

$$w|_{z=-\delta_e} = - \int_{-\delta_e}^0 \frac{\partial w}{\partial z} dz = - \frac{\beta}{f} \int_{\delta_e}^0 dz v_g + \mathbf{k} \cdot \nabla \times \frac{\boldsymbol{\tau}_s}{\rho_0 f} \quad (2.31)$$

と書ける。すなわち、 $z = -\delta_e$ での鉛直流速は、 f の緯度変化に伴う Ekman 層内での地衡流の発散と Ekman フラックスの発散によって与えられる。Ekman 層が十分に薄い場合には、右辺第 1 項は無視でき、

$$w|_{z=-\delta_e} \simeq w_e = \mathbf{k} \cdot \nabla \times \frac{\boldsymbol{\tau}_s}{\rho_0 f} \quad (2.32)$$

と書ける。ここで、 w_e は Ekman pumping velocity と呼ばれる。また、 $\mathbf{k} \cdot \nabla \times$ を海洋業界では、通常、 curl_z と書く。 $\text{curl}_z \boldsymbol{\tau} / f > 0$ なら上昇流になる。

海底の境界層も、応力で書けばもちろん同じ形になる。粘性係数が一定 (ν とする) の場合、地衡流 \mathbf{u}_g と底から流体に加えられる応力 $\boldsymbol{\tau}_b$ の関係は

$$\boldsymbol{\tau}_b = -\rho_0 d_e [\mathbf{k} \times \mathbf{u}_g + \mathbf{u}_g] \quad (2.33)$$

と書ける。ここで、 $d_e = \sqrt{2\nu/f}$ 。この解は、(2.27) を $\boldsymbol{\tau} = \nu \partial \mathbf{u} / \partial z$ として、解けば得られるもので、応力の向きは地衡流に対して、(北半球では) 右 135° の方向である。 w_e^{bottom} は $M_e = -\mathbf{k} \times \boldsymbol{\tau}_b / f$ なので、 f 一定とすると

$$w_e^{\text{bottom}} = \mathbf{k} \cdot \nabla \times \frac{\boldsymbol{\tau}_b}{\rho_0 f} = \mathbf{k} \cdot \frac{d_e}{\rho_0 f} \nabla \times \mathbf{u}_g \quad (2.34)$$

となる。低気圧性の循環であれば、 $w_e^{\text{bottom}} > 0$ 、高気圧性であれば下降流となる。

なお、底での $\boldsymbol{\tau}_b$ が地衡流速の大きさに比例していれば、その向きの詳細にはよらずに、(2.34) の形になる。

2.6 Ekman pumpingによるスピナップとスピンドアウン

粘性を無視し、さらに水平方向に密度は一定として、(2.20) と (2.21) で渦度を取ると、

$$\frac{D\zeta}{Dt} + \beta v + (f + \zeta)\nabla_H \cdot \mathbf{u} = 0 \quad (2.35)$$

を得る。ここで、 $\zeta = \mathbf{k} \cdot \nabla \times \mathbf{u}$ は渦度の鉛直成分である。 $z = 0$ と $z = H$ に境界があり、流体はその間に挟まれているとする。上面 ($z = H$) には境界に応力を加えられることによる Ekman pumping, $w_e^{surface}$ があり、下面には摩擦応力に伴う Ekman pumping, w_e^{bottom} , があるとする。また、 ζ も水平流速も極めて薄い Ekman 層を除いて z によらないとする。また、 $|\zeta| \ll |f|$ (ロスビー数が十分に小さい)、移流も無視できる ($D/Dt = \partial/\partial t$)、さらに、ここでは β 項も無視できるとする。その時、下面のエクマン層の上端 $z = \delta_e \simeq 0$ から上面のエクマン層の下端 $z = H - \delta_e \simeq H$ まで積分すると、

$$\frac{\partial \zeta}{\partial t} = \frac{f}{H} [w_e^{surface} - w_e^{bottom}] \quad (2.36)$$

となる。この方程式の意味するところは、 $w_e^{surface} - w_e^{bottom} > 0$ の場合には低気圧性の渦度が増加し、負の場合には高気圧性の渦度が増加するということである。また、定常状態は、 $w_e^{surface} - w_e^{bottom} = 0$ のときに達成される。これは、ポテンシャル渦度保存に伴う渦柱の伸縮効果、もしくは、ケルビンの循環定理における渦管の断面積の変動効果である。

相対渦度を用いると、 $w_e^{bottom} = d_e \zeta$ である。(2.36) は

$$\frac{\partial \zeta}{\partial t} = -\frac{f d_e}{H} \zeta + \frac{f}{H} w_e^{surface} . \quad (2.37)$$

初期に静止していたとすると、解は、

$$\zeta = \frac{f w_e^{surface}}{e_e} \left(1 - e^{-(f d_e / H) t} \right) \quad (2.38)$$

となる。正の風応力カール ($curl_z \boldsymbol{\tau} > 0$) が表面に与えられると、上向き Ekman pumping (Ekman suction とも言う) が生じ、内部領域で水平流速の収束が生じ、低気圧性の循環が強まり、それに伴う圧力分布により、下部 Ekman 層内でも収束が生じ、その内、上部 Ekman 層での上向き速度に、下部 Ekman 層での上向き速度が追いつき、そうして定常に達するろ言うことである。定常に達するまでの時間、 H/fd_e 、をスピナップタイムとか、スピンドアウンタイムとかという。

Chapter 3

海洋循環論の基礎

ここでは、海洋の基本成層の作られ方、海洋風成循環の作られ方について考える。

3.1 熱塩循環

海洋はほぼ全域で安定成層している。海水の密度は水温と塩分で決まる。水温塩分は移流されるとともに、水温は海面での加熱冷却により変化し、塩分は海面での降水と蒸発で変化する。水温は高緯度で低いが、蒸発-降水は低緯度で正、高緯度で負である。海水の密度は低温になると主に塩分によって支配されるため、必ずしも高緯度ほど重いとは限らない。また、海面水温は大気との相互作用(負のフィードバックが働く)をし、緯度の関数であるある温度に近づく傾向があるが、塩分は大気との相互作用は弱いので、負のフィードバックは働かず、海面塩分には移流の影響が強く現れる。そのため、海洋の子午面循環は南北対称な仮想的な海を考えても一般には南北対称にはならない。このように、海洋の子午面循環は、熱と塩分で決まるので、熱塩循環と呼ばれる。

海洋の浮力フラックスは、海面のみで与えられる。したがって、海洋底にある最も重い水は海面で冷やされた最も重い水である。ここではまず温度の効果のみを考える。さらに紛れが無いように、北半球のみで閉じた海を扱う。海面では、低緯度で暖められ、高緯度で冷やされる。低緯度で暖められるとしても、いくらでも暖められるわけではないし、高緯度での冷却も同様である。したがって、ある平衡温度があり、それに近づくと考えるのが妥当である。また、その緩和時間も循環の時間スケールに比べて十分に短いと考える。平衡温度は北ほど冷たい。密度が温度のみによるとした場合、北ほど重い(海水の密度は結氷するまで重くなり続ける)。そういう状況を考えて場合、上の水の方が冷たければ対流が起きるので、結局、亜表層の水は全て極域の海面の最も低い平衡温度を持つ水で占められることになる。そうすると対流も何も起きないので、流れも生じなくなる。では、何が熱塩循環を駆動するのかということ、鉛直拡散である。低緯度で熱が鉛直方向に拡散する

ことにより、低緯度の垂表層が軽くなる。それ故、低緯度では鉛直方向の圧力差が小さくなり、上層では極向きの圧力傾度力が、下層では程度向きの圧力傾度力が生じる。それにより上層で北向き、下層で南向きの流れが生じる。垂表層を占めるのは基本的には最も北の海面起源の最も重い水である。したがって対流は北の端のみで生じる。そして、そこで沈み込んだ水は低緯度に向かい、全域で上昇流を作る。密度の式は、第ゼロ近似的には、

$$w \frac{\partial \rho}{\partial z} = \frac{\partial}{\partial z} \kappa \frac{\partial \rho}{\partial z} \quad (3.1)$$

と、鉛直移流と拡散の釣り合いとなる。 w は底と海面ではゼロではあるが、もし一定だとすれば、

$$\rho = \rho_0 + D e^{wz/\kappa} \quad (3.2)$$

と、指数関数型になる。それ故、上層の方で成層は強く、深くなるに従って成層は弱くなる。これは、図 1.4, 1.5 で見たものを説明する。

なお、拡散による循環は、エネルギー的には、拡散が成層を壊すことにより重心を持ちあげる、すなわち、位置エネルギーを増大させていることによる。この拡散はもちろん乱流であり、海洋内部の乱流エネルギーの元は、潮汐と大気擾乱である。特に潮汐が重要なので、月が海洋熱塩循環を駆動しているなどと言う人もいる。また、潮汐により月・地球系のエネルギーが減少し、月が地球から離れて行っているのはよく知られていることである。

最後に、本筋には関係ないが、塩分効果を考慮すると南北対称でも子午面循環が一つになるという事を簡単に説明しておく。海水は低緯度で蒸発し、高緯度では雨が降る。そのため低緯度で高塩、高緯度で低塩となる。ただし、塩分には直接大気とのフィードバックは働かないので、平衡塩分が存在するわけではない。両半球にまたがる対称な海があったとして、初期に南北対称な、両極で沈む循環があったとする。その時に、赤道表層に北向きの弱い流れを付加したとする。そうすると、北半球での塩分が若干増加するため、北での沈み込みが強くなる。子午面循環において流れが最も強くなるのは下降流の近傍である。北半球での流速の増加は北半球高緯度での低塩化を抑える。したがって、より重い水を作るセンスである。この水は、全球で最も重い水となるので、南半球にも侵入し、上昇流を作る。この上昇流は南半球での沈み込みを弱める。南半球での循環が弱まると南半球高緯度での低塩化が進み、さらに、南半球でのセルは弱まる。そして、結局、北半球にのみ沈み込みがある一つのセルになる。このように、海洋における子午面循環は、熱だけで駆動されているのではないため、南北対称にはならず、必ずしも、熱を低緯度から高緯度に運ぶわけでもない。実際、南大西洋では、海洋の熱輸送は、極から赤道向きである。

3.2 海洋風成循環の基礎—順圧構造

3.2.1 Sverdrup 平衡

(2.27) の rotation を取り、その z 成分を底 ($z = -H$) から海面まで積分し、かつ、 $w|_{z=-H} = \mathbf{k} \cdot (\nabla \times \boldsymbol{\tau}|_{z=-H}) = 0$ を仮定すると、

$$\beta \int_{-H}^0 \rho v dz = \mathbf{k} \cdot (\nabla \times \boldsymbol{\tau}_s) \quad (3.3)$$

が得られる。このバランスを Sverdrup 平衡という。風応力による渦度の増加・減少が流体の南北移動による惑星渦度の増加減少によって賄われるという式である。この式では、全南北流量の式であるが、地衝流成分だけを考えて、 $\int_{-H}^0 \rho v dz = \int_{-H}^0 \rho v_g dz + \tau_s^{(x)}/f$ なので、

$$\beta \int_{-H}^0 \rho v_g dz = f \mathbf{k} \cdot (\nabla \times \frac{\boldsymbol{\tau}_s}{f}) = f \rho_0 w_e \quad (3.4)$$

と、(ρ を一定値 ρ_0 で置き換えれば)、 w_e を用いて書くことができる。この式も Sverdrup の式と呼ばれる。この場合には、 w_e による渦柱の伸縮が流体の南北移動に伴う惑星渦度の変化により賄われると考えれば良い。この式は (2.26) を鉛直積分し、底で $w = 0$ 、海面で $w = w_e$ としたものに等しい。

3.2.2 西岸強化

Sverdrup の式は風応力と南北流の関係を与える。流線関数を導入すれば、(3.3) は x に関する 1 階の微分方程式、また、圧力について式を立てれば、(3.4) はやはり、 x に関する 1 階の微分方程式になる。1 階の微分方程式は、2 つの境界条件を満足することはできない。したがって、Sverdrup の力学では表現できない領域が西岸か東岸に現れることになる。それは西岸に現れ、西岸境界層を形成する。そこに強い流れができることを西方強化 (西岸強化)、その流れを西岸境界流という。西岸境界層内では、粘性やら非線形性やらが惑星渦度の移流とつり合うことになる。この辺りをもう少し詳しく観る。

(2.37) に β 項をつけた式を考える。

$$\frac{\partial \zeta}{\partial t} + \beta v = -\frac{f d_e}{H} \zeta + \frac{f}{H} w_e^{surface} . \quad (3.5)$$

ロスビー数は小さいので流れはほぼ地衝流平衡にあると考えられる。また、領域の南北スケールを L_y とした時、 $\beta L_y \ll |f|$ を仮定する。そうすると、地衝流流線関数 ψ で流れの場は表現でき、(3.5) は

$$\frac{\partial}{\partial t} \nabla_H^2 \psi + \beta \frac{\partial \psi}{\partial x} = -r \nabla_H^2 \psi + \frac{f}{H} w_e^{surface} \quad (3.6)$$

が得られる。ここで、 $r = fd_e/H$ である。海洋亜熱帯循環を考えた場合、風応力は北部で東向き (偏西風)、南部で西向き (貿易風) である。そこで、亜熱帯循環の北端を $y = 0$ 、南端を $y = -L$ とし、 $\tau^x = \tau_0 \cos \pi y / L_y$ 、 $\tau^y = 0$ の風応力を考える。 $w_e^{surface}$ は

$$w_e^{surface} = \text{curl}_z \frac{\tau_s}{\rho_0 f} \simeq \frac{1}{f} \text{curl}_z \tau = \frac{\pi \tau_0}{\rho_0 f L_y} \sin \pi y / L_y$$

となる。東西には、 $x = 0$ と $x = L_x$ に境界があるとする。境界条件は境界を横切る流れがないこと、すなわち、境界で $\psi = \text{一定}$ 、である。この一定値は一般性を失うこと無くゼロとおいてよいので、ゼロとする。定常解は

$$\psi(x) = -\frac{\tau_0 L_y}{r \pi \rho_0 H} \left\{ 1 - \frac{e^{-\alpha_1 x}}{e^{\alpha_2 L_x} - e^{-\alpha_2 L_x}} \left[(e^{\alpha_2 L_x} - e^{\alpha_1 L_x}) e^{-\alpha_2 x} - (e^{-\alpha_2 L_x} - e^{\alpha_1 L_x}) e^{\alpha_2 x} \right] \right\} \sin \pi y / L_y \quad (3.7)$$

ここで、

$$\alpha_1 = \frac{\beta}{2r}, \quad \alpha_2 = \sqrt{\alpha_1^2 + \left(\frac{\pi}{L_y} \right)^2} \quad (3.8)$$

である。解を図 3.1(b) に示す。西岸に強い北上流が生じているのが分かる。

$\beta = 0$ とした場合には、(3.7) 式は

$$\psi(x) = -\frac{\tau_0 L_y}{r \pi \rho_0 H} \left\{ 1 - \frac{\cosh \frac{\pi}{L_y} (\frac{1}{2} L_x - x)}{\cosh \frac{\pi}{2 L_y} L_x} \right\} \sin \pi y / L_y \quad (3.9)$$

となる。この場合には解は東西対称となる。この解を図 3.1(a) に示す。この場合には、風によって海洋に渦度が注入され、その渦度によって海洋循環が起き、その海洋循環の持つ渦度が、底摩擦によって失われるという形になっている。 w_e を使って説明すると、上層エクマン層内で、北半分では西風による南下流が、南半分では、東風による北上流がで、エクマン層内では収束が起き、 w_e は負になる。そして、それによって渦柱が縮められ、高気圧性の循環ができる。その高気圧性の循環故に、底のエクマン層では、発散が起き、下向の鉛直流を生じ、平衡状態に達する、ということになる。これは 2.6 節で見たものと同じである。

次に摩擦が小さい極限を考え、 $\beta/r \gg \pi/L_y$ という条件を (3.7) 式に課してみよう。このとき、 $L_x/L_y = O(1)$ なので、 $\alpha_1 L_x \gg 1$ である。そうすると、解は

$$\psi(x, y) = \frac{\pi \tau_0}{\beta \rho_0 L_y H} [(x - L_x) + L_x e^{-2\alpha_1 x}] \sin \frac{\pi y}{L_y} \quad (3.10)$$

となる。 $x = 0$ 近くでは、 ψ は $\alpha_1 = \beta/2r$ なので、 $2r/\beta$ の幅で急に变化するが、東の方では、 $\psi \simeq \frac{\pi \tau_0}{\beta \rho_0 L_y H} [(x - L_x)]$ である。これは Sverdrup 流である。

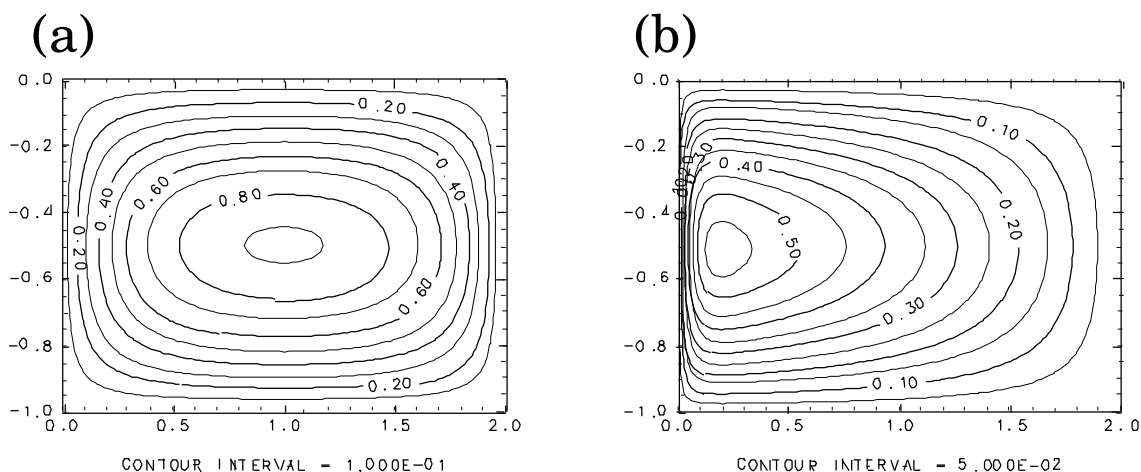


Figure 3.1: 海洋の風成循環における流線関数分布。(a) $\beta = 0$ 。(b) $\beta L_x / r = 20$

なぜ西方強化が起きるのかについてはいろいろな説明が可能である。しかし、この問題は、 f が一定の場合の循環を考え、それに対する β の影響という観点に立てば容易に分かる。 f 一定の場合の釣り合いは、海面応力による渦度の注入と底摩擦による渦度の散逸、もしくは、海面近くでの w_e と底の Ekman 層による Ekman pumping の釣り合いである。 f 一定で $k \cdot (\nabla \times \tau_s)$ が東西一様であれば、循環は東西対称である。したがって、高気圧性循環であるならば、循環の東半分で南向き、西半分で北向きである。 f が北ほど大きければ、流れに沿って、 $f +$ 相対渦度が保存しようとする。そのため、東半分では、相対渦度の絶対値は小さくなり、西半分では大きくなる。南北流の収支が合うためには、循環の中心は西へ寄ることになる。 β が十分に大きい、もしくは底摩擦が十分に小さい極限での東側の流れが上の Sverdrup 流である。

また、ロスビー波の応答からの説明も簡明である。ロスビー波は振動数無限小では、長波の波長は無限大、短波の波長は無限小になる。風応力により海洋に注入されたエネルギーは超無限大のロスビー波として西方に運ばれ、西岸での反射波は無限に短いので、そこで散逸する。 $\beta = 0$ の時には、風応力で注入される渦度もエネルギーもその場で散逸していたが、 $\beta \neq 0$ では、ロスビー波により西方に運ばれ、そこで散逸するという説明である。

Sverdrup 領域では散逸は起きないので、西岸近くを考えない限りは非粘性力学で表現できることを上のことは期待させる。

Chapter 4

2.5層モデル

本来は連続成層で考えるべきであるが、まず、もっとも簡単な2.5層モデルを考える。連続成層モデルに関しては次節で述べる。2.5層というのは、3つの密度の異なる層が重なっていると考え、その内の最深層(3番目の層)の厚さが無限に深く、その層では流れがないと考えるもので、成層海洋の上層循環のもっとも簡単なモデルの一つである。

4.1 2.5層惑星地衡流方程式系

散逸や混合は境界層内のみで起きるとし、粘性や拡散を無視した方程式系を考える。基礎方程式は、地衡流平衡、静水圧、各層での流体量の保存式である。なお、本来は、球面上で考えるのが正しいが、簡単化のためにここでは、局所直角座標系で表記する。物理的には同じであり、その変換も容易である。

$$-fv_j = -\frac{1}{\rho_0} \frac{\partial p_j}{\partial x}, \quad fu_j = -\frac{1}{\rho_0} \frac{\partial p_j}{\partial y} \quad (4.1)$$

$$\frac{\partial h_j}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(h_j u_j) + \frac{\partial}{\partial y}(h_j v_j) = -(2-j)w_e \quad (4.2)$$

$$p_2 = \gamma_2(h_1 + h_2), \quad p_1 = p_2 + \gamma_1 h_1 \quad (4.3)$$

ここで、 j は層の番号 (最上層で1、2番目が2) である。 γ_j は j 番目の密度海面に働く reduced gravity で、 $\gamma_j = (\rho_{j+1} - \rho_j)g/\rho_0$ 、 w_e は風による Ekman pumping velocity。(4.2) には時間微分項を残しているが、この先の議論では定常を考える。

境界条件は、東岸で岸に直交する流速成分がゼロ、すなわち、 p_1, p_2 は東岸に沿って一定。これは、(4.3) を用いれば、層の厚さが東岸に沿って一定ということになる。

4.2 ポテンシャル渦度と Sverdrup の式

(4.1) より、

$$\beta v_j + f \left(\frac{\partial u_j}{\partial x} + \frac{\partial v_j}{\partial y} \right) = 0 \quad (4.4)$$

が得られる。この式は Sverdrup の関係式である。この式を用いると (4.2) は、

$$\frac{\partial q_j}{\partial t} + u_j \frac{\partial q_j}{\partial x} + v_j \frac{\partial q_j}{\partial y} = -\frac{1}{f}(2-j)w_e \quad (4.5)$$

ここで、

$$q_j = \frac{h_j}{f} \quad (4.6)$$

は (相対渦度を無視した) ポテンシャル渦度の逆数で、ポテンシャル厚さと呼ばれる。上層 ($j = 1$) では w_e があるので、ポテンシャル渦度は保存しないが、2 層目では、ポテンシャル渦度は Lagrange 的に保存する。定常を仮定すると、 p_2 が一定の線に沿って q_2 は一定となる。すなわち、

$$q_2 = q_2(p_2) = Q_2(h) \quad (4.7)$$

ここで、 $h = h_1 + h_2$ 。 h は 2 層目の密度界面の深さ。

定常な場合の全流量に関する Sverdrup 平衡の式は、(4.1) に h_j をかけ、rotation を取り、1 層目と 2 層目を足し、定常の場合の (4.2) を用いることにより、

$$\beta(h_1 v_1 + h_2 v_2) = f w_e \quad (4.8)$$

を得る。さらに、(4.3) を用いると

$$\frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial x} (\gamma_1 h_1^2 + \gamma_2 h^2) = \frac{f^2}{\beta} w_e \quad (4.9)$$

となる。東岸で $h = H$, $h_1 = H_1$ として、積分すれば、

$$\frac{1}{2} [\gamma_1 (h_1^2 - H_1^2) + \gamma_2 (h^2 - H^2)] = \frac{f^2}{\beta} \int_{x_e}^x w_e dx \quad (4.10)$$

4.3 線形定常解

このシステムでは、最上層にしか強制がかかっていない。こういう場合に、2 層目の流れがどうなるか、もっとも簡単な線形の場合について見てみる。線形というのは、変数を基本場と微小な変動部分に分け、変動部分同士の積を無視するということである。ここではまず、 x, y によらない基本成層 H_j があるとする。 $h_j = H_j + h'_j(x, y)$ である。基本場では

流速はゼロ、したがって、線形化されたポテンシャル厚さの式は、1層目、2層目、それぞれ、

$$\begin{aligned} -\frac{1}{f}w_e &= \frac{\partial h'_1}{\partial t} + u_1 \frac{\partial H_1}{\partial x} + v_1 \frac{\partial H_1}{\partial y} = \frac{\partial h'_1}{\partial t} + v_1 \frac{\partial H_1}{\partial y} \\ 0 &= \frac{\partial h'_2}{\partial t} + u_2 \frac{\partial H_2}{\partial x} + v_2 \frac{\partial H_2}{\partial y} = \frac{\partial h'_2}{\partial t} + v_2 \frac{\partial H_2}{\partial y} \end{aligned}$$

となる。定常であれば、第1層は、(4.8)で $v_2 = 0, h_2 = H_1$ と置いたものと同じになる。他方、2層目は、定常では $v_2 = 0$ 、また、東岸では $u = 0$ なので、 u_2 も至るところゼロ。すなわち、直接強制を受けている海面近くを除くと流れは生じないことになる。これは、定常では流れはポテンシャル渦度の等値線に沿わねばならず、他方、線形の場合、ポテンシャル渦度の等値線は東西に延びて、必ず東岸にぶつかるためである。理想流体の仮定の下、流れを垂表層に及ぼせるには、非線形性を考慮しなければいけない。

4.4 ポテンシャル渦度の一様化

定常問題を解く場合、もし、 $q_2(p_2)$ が与えられていれば、(4.10)を解いて、 h と h_1 を得ることができる。問題は、如何にして、 $q_2(p_2)$ が決まっているかということになる。

上で考えたような2.5層モデルで2層目が静止しているとしよう。その場合の解は、

$$h_1 = \left(H_1^2 + \frac{2}{\gamma_1} \phi(x, y) \right)^{1/2}, \quad h = H \quad (4.11)$$

となる。ここで、 ϕ は

$$\phi(x, y) = \frac{f^2}{\beta} \int_{x_e}^x w_e dx \quad (4.12)$$

で、ここでは、これを Sverdrup 関数と呼ぶ (Luyten et al.(1983) では $D_0^2 = 2\phi/\gamma_2$ が Sverdrup 関数)。この解は、(4.1)-(4.3)を満足する。しかし、これが実現するかどうかは分からない。この解では、2層目に流れがないので、 q_2 は p_2 とは関係なしに決まっている。実際には、上の方程式系の解は、 q_2 の与え方次第で、無限の可能性を持つ。ではどのようにして解は決まるのか？そこで、海洋に存在する 100km スケールの中規模渦と呼ばれる渦の役割に着目し、 q_2 を決定しようとするのがポテンシャル渦度一様化の理論である。

簡単のために、 $f^2 w_e / \beta = W_0 \sin \pi y / L$ という形を仮定する。ここで、 L は海洋循環の南北スケール。 $y = 0$ が亜熱帯循環と亜寒帯循環の境である。すると ϕ は

$$\phi(x, y) = (x - x_e) W_0 \sin \pi y / L \quad (4.13)$$

したがって、2層目静止の場合の q_2 は

$$q_2 = \frac{H - h_1}{f} = \frac{1}{f} \left\{ H - \left(H_1^2 + \frac{2}{\gamma_1} (x - x_e) W_0 \sin \pi y / L \right)^{1/2} \right\} \quad (4.14)$$

となる。これは図示してみれば明らかなように、2層目の q_2 分布は q_2 の等値線が西岸から出発して西岸に戻るところ (便宜上 A 領域と呼ぶ) と、東岸から出発して西岸に至るところ (B 領域と呼ぶ) の2つの領域に分けられる。2つの領域の境界は

$$q_2 = \frac{H - H_1}{f_0} \quad (4.15)$$

を満足する線である。ここで、 $f_0 = f|_{y=0}$ 。このモデルでは、西岸境界層を直接は扱っていないが、A領域の q_2 等値線は、西岸境界域の中を通過して、繋がりを閉じた等値線を作っていると考えると良いであろう。さてこのような状況で、中規模渦の効果を考えてときに (その中規模渦の影響が非常に小さい極限で) どのようなかというものがこの問題である。

中規模渦は主に流れの不安定によって生じたものと考えられる。そのような渦の役割としてまず考えられることは、流体を混ぜるということである。コーヒーカップにミルクを入れてかき混ぜるのと同じである。ポテンシャル渦度は流体粒子毎に定められた Lagrange 的な保存量なので、渦によるかき混ぜの効果は等密度面上でのポテンシャル渦度の混合・拡散として、モデル化できるであろう。この理論では、この拡散が非常に小さい場合を考える。

弱い拡散がある場合に q_2 がどうなるかを考えてみよう。拡散を含めると、 q_2 の式は

$$\frac{\partial q_2}{\partial t} - \frac{\gamma_2}{f} \frac{\partial h}{\partial y} \frac{\partial q_2}{\partial x} + \frac{\gamma_2}{f} \frac{\partial h}{\partial x} \frac{\partial q_2}{\partial y} = \nabla_H \cdot (\kappa \nabla_H q_2) \quad (4.16)$$

である。ここで、 κ は拡散係数。 q_2 の等値線に沿う方向の座標を s 、直行する方向の座標を n とし、定常を考えると

$$\frac{\gamma_2}{f} \frac{\partial h}{\partial s} \frac{\partial q_2}{\partial n} = \nabla_H \cdot (\kappa \nabla_H q_2) \quad (4.17)$$

を得る。東岸 ($s = s^e$) では、 $h = H$ で一定であるので、(4.17) より、B領域を考えて東岸から積分すると、

$$h = H + \int_{s^e}^s \frac{f}{\gamma_2} \frac{\nabla_H \cdot (\kappa \nabla_H q_2)}{\partial q_2 / \partial n} ds \quad (4.18)$$

と書ける。したがって、 $\kappa \rightarrow 0$ の極限を取れば、 $h = H$ となり、定常では下層に運動が生じないことがわかる。これは、変動がポテンシャル渦度の大きい方を西に見て伝わる傾向があり、常に、東岸の境界条件の影響が内部領域に伝わってくるからと解釈することができる。

ところが、A領域では事情が違う。A領域とB領域の境界の h と q_2 は下層静止のものと同じである。そして、A領域では h_2 等値線は閉じており、外部から流体が入ってくることはない。それ故 q_2 の拡散があると、それがどんなに弱くとも、十分に時間が経てば、

その境界の q_2 に一致することになる。これは、境界での温度を固定した場合の熱伝導の問題と等価である。このことを数学的に示す。(4.17) は、

$$-\frac{\partial}{\partial x} \left[\frac{\gamma_2}{f} \frac{\partial h}{\partial y} q_2 \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[\frac{\gamma_2}{f} \frac{\partial h}{\partial x} q_2 \right] + \frac{\beta}{f^2} q_2 \frac{\partial h}{\partial x} = \nabla_H \cdot (\kappa \nabla_H q_2) \quad (4.19)$$

と書き換えられる。左辺第3項は、南北流があるときの水平発散から生じる項である(厚さが変わるので、渦位の水平領域積分は必ずしも保存しないことに対応)。閉じた h の等値線があるとして、その中で面積分し、ガウスの定理を用いると、

$$-\oint \left[\frac{\gamma_2}{f} \frac{\partial h}{\partial s} q_2 \right] ds + \iint \frac{\beta}{f^2} q_2 \frac{\partial h}{\partial x} dx dy = \oint \kappa \frac{\partial q_2}{\partial n} ds \quad (4.20)$$

左辺第1項は、 $h = \text{一定}$ な線上での成分なので明らかにゼロ。第2項は、渦位の南北フラックスに β/f を乗じたもので、定常なので緯度を固定して東西に積分すればゼロ。今考えている h コンター上(もしくはそのすぐ内側)では、 $\partial h / \partial n$ の符号は一定なので、 $\partial q_2 / \partial n$ の符号は一定になる。このことより、右辺がゼロになるためには、 $\kappa \partial q_2 / \partial n = 0$ でなければいけないことが分かる。さらにその内側の任意の閉じた h コンターに沿ってもこれが成り立つので、閉じたコンターの中では q_2 は一定、すなわち、ポテンシャル渦度は一様化する。それ故、A領域の q_2 は

$$q_2 = \frac{H - H_1}{f_0} \quad (4.21)$$

となり、

$$h_2 = h - h_1 = \frac{f}{f_0} H - H_1 \quad (4.22)$$

となる。A領域での解は、これを(4.10)に代入することによって得ることができる。これを渦位の一様化理論という(Rhines and Young 1982a,b; Young and Rhines 1982)。これにより、2層目のA領域には上層と同じ符号の循環が生じる。したがって、運動量で見ると、このポテンシャル渦度の水平拡散は、運動量の鉛直拡散に対応していることが分かる。また、多層の場合には、これにより生じた2層目、3層目の密度界面の変位による3層目のポテンシャル渦度の閉じた領域で同じことが起きるので、順番に見ていけば良いことになる。

4.5 Ventilated thermocline

理想流体水温躍層モデルの枠組みでの海洋循環構造の決定は、等密度面上でのポテンシャル渦度の p に対する関数形の決定に帰着できる。現実の海洋では、一般に北へ行くほど海面密度は大きくなる。つまり、密度面が海面に露出している。亜熱帯循環を考えると、

流れは基本的に南向きである。したがって、水が密度面に沿って流れるとすれば、北の方の表面の水は、南に流れるにしたがって深い方に移っていくはずである。海面から離れば、その水は直接大気の強制を受けないので、ポテンシャル渦度を保存する。すなわち、そのような流線に沿っては、海面でそのポテンシャル渦度が決定されるはずである。このようにして形成される水温躍層を通気水温躍層 (ventilated thermocline) という。

2.5 層モデルの1層目の深さが $f = f_1 (< f_0)$ でゼロになり、それより北では2層目が海面に露出しているというモデルを考える。この場合、東岸での1層目の厚さ H_1 はゼロである。 $f > f_1$ では1層しかないので、解は、

$$h = \left(H^2 + \frac{2}{\gamma_2} \phi(x, y) \right)^{1/2} \quad (4.23)$$

である。今考えている亜熱帯循環では、 w_e は負なので、 ϕ は西の方ほど大きくなる。したがって、 h は西ほど大きく、 $f = f_1$ では流れは南向き、したがって、水は、 $f + f_1$ で亜表層に入っていく。入っていく水の q_2 は

$$q_2 = \frac{h}{f_1} \quad (4.24)$$

である。流れは、等 h 線に沿うので、その線に沿ったある緯度 $f (< f_1)$ での2層目の厚さは

$$h_2 = \frac{f}{f_1} h \quad (4.25)$$

となる。これを (4.10) に代入すると ($H_1 = 0$ に注意)、

$$h_1 = \left(1 - \frac{f}{f_1} \right) h \quad (4.26)$$

$$h = \left\{ \frac{(\gamma_2 H^2 + 2\phi)}{\gamma_1 \left(1 - \frac{f}{f_1} \right)^2 + \gamma_2} \right\}^{1/2} \quad (4.27)$$

を得る。したがって、 $\phi(x, y)$ と $f(y)$ から h, h_1, h_2 の分布が決まる。このように、下向の w_e で送り込まれた海面起源の水が水温躍層の水を構成し、次々と入れ替わっていくことを ventilation という。

しかし、このような海面起源の水が2層目すべての領域を占めるわけではない。例えば、東岸に沿っては2層目に南下流はできない。何故ならば、東岸での2層目のポテンシャル渦度は境界条件により、 f/H で、これは、必ず f_1/h より小さいからである。したがって、東岸の近くには2層目に流れのない領域が生じる。そこを shadow zone という。

それに対して ventilation が起きる領域を ventilated zone と言う。shadow zone では、2 層目は静止している。したがって、

$$h_1 = \left(\frac{2}{\gamma_1} \phi(x, y) \right)^{1/2}, \quad h = H \quad (4.28)$$

である。2 層目のポテンシャル渦度 $f/(H - h_1)$ は西へ行くほど大きくなる。そして、それが f_1/H と同じになったところが shadow zone の西端になり、それより西は ventilated zone になる。他方、 f_1 が循環の中心より北であれば、緯度 f_1 での西岸のところの流れは東向き成分を持つ。したがって、その南には、流線が西岸から出発している領域が現れる。この領域は pool と呼ばれ、最近では、ポテンシャル渦度が一様化しているとして扱われるのが普通である。この海洋循環の描像は最初に Luyten, Pedlosky and Stommel (1983) によって提出され、頭文字を取って、LPS モデルと呼ばれる。なお、LPS の論文では、outcrop を 2 つ考え、3.5 層で扱っている。

密度面が亜熱帯循環域で海面に露出しない深い層についてはポテンシャル渦度一様化の理論が、そしてそれより浅い層に関しては、ventilated thermocline model がその構造を説明すると考えられている。

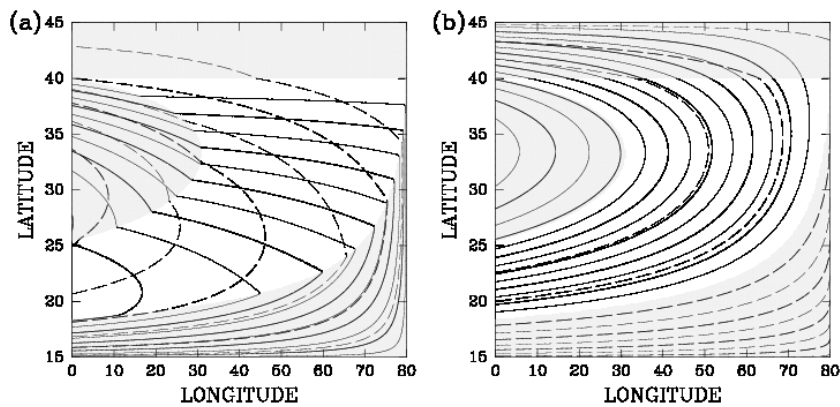


Figure 4.1: 2.5 層水温躍層の構造の例

Chapter 5

連続成層モデル

5.1 惑星地衡流方程式系

5.1.1 基礎方程式

散逸や混合は境界層や混合層内のみで起きるとし、粘性や拡散を無視した方程式系を考える。基礎方程式は、地衡流平衡、静水圧、非圧縮の連続の式と密度の移流方程式である。なお、本来は、球面上で考えるのが正しいが、簡単化のためにここでは、局所直行座標系で表記する。物理的には同じであり、その変換も容易である。

$$-v = -\frac{1}{\rho_0 f} \frac{\partial p}{\partial x}, \quad u = -\frac{1}{\rho_0 f} \frac{\partial p}{\partial y}, \quad 0 = -\frac{\partial p}{\partial z} - \rho g \quad (5.1)$$

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \quad (5.2)$$

$$u \frac{\partial \rho}{\partial x} + v \frac{\partial \rho}{\partial y} + w \frac{\partial \rho}{\partial z} = 0 \quad (5.3)$$

境界条件は、東岸で岸に直交する流速成分がゼロ、すなわち、

$$p(x^e, y, z) = p^e(z), \quad \rho(x^e, y, z) = \rho^e(z) \quad (5.4)$$

ここで、上付の e は東岸での値を表す。東岸での成層、 $\rho^e(z)$ 、はこのモデルでは内部的に決まるものではなく、境界条件として与えなければいけない。風による強制は、海面での w_e として与える。すなわち、

$$w(x, y, 0) = w_e(x, y). \quad (5.5)$$

5.1.2 等密度座標

上の表式は、 z を独立変数としているが、ポテンシャル渦度が等密度面上の地衡流流線に沿って一定となることより、等密度面座標で方程式を立てた方が都合が良い。すなわち、 z の代わりに ρ を独立変数とし、 $z(x, y, \rho)$ を求めようというわけである。

ある物理量 Θ の (x_i, z) 座標上での微分と (x_i, ρ) 座標上での微分の関係は、

$$\begin{aligned} d\Theta &= \left(\frac{\partial\Theta}{\partial x_i}\right)_z dx_i + \left(\frac{\partial\Theta}{\partial z}\right)_{x_i} dz \\ &= \left(\frac{\partial\Theta}{\partial x_i}\right)_\rho dx_i + \left(\frac{\partial\Theta}{\partial\rho}\right)_{x_i} d\rho \end{aligned} \quad (5.6)$$

より、

$$\left(\frac{\partial\Theta}{\partial x_i}\right)_z = \left(\frac{\partial\Theta}{\partial x_i}\right)_\rho + \left(\frac{\partial\Theta}{\partial\rho}\right)_{x_i} \left(\frac{\partial\rho}{\partial x_i}\right)_z = \left(\frac{\partial\Theta}{\partial x_i}\right)_\rho - \left(\frac{\partial\Theta}{\partial z}\right)_{x_i} \left(\frac{\partial z}{\partial x_i}\right)_\rho \quad (5.7)$$

また、 $\Theta = \rho$ の時、

$$\left(\frac{\partial\rho}{\partial x_i}\right)_z = - \left(\frac{\partial\rho}{\partial z}\right)_{x_i} \left(\frac{\partial z}{\partial x_i}\right)_\rho \quad (5.8)$$

を得る。

これより、地衡流の式と、静水圧の式は

$$-v = -\frac{1}{\rho_0 f} \left(\frac{\partial B}{\partial x}\right)_\rho, \quad u = -\frac{1}{\rho_0 f} \left(\frac{\partial B}{\partial y}\right)_\rho, \quad \frac{\partial B}{\partial\rho} = gz, \quad (5.9)$$

ここで、等密度面上での地衡流流線である B は

$$B(x, y, \rho) = p + \rho gz \quad (5.10)$$

であり、(線形化された)Bernoulli 関数、もしくは、Montgomery 関数と呼ばれる。

次に、(5.7) を連続の式 (5.2) に代入すると

$$\left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)_\rho + \left(\frac{\partial v}{\partial y}\right)_\rho + \left(\frac{\partial u}{\partial\rho}\right) \left(\frac{\partial\rho}{\partial x}\right) + \left(\frac{\partial v}{\partial\rho}\right) \left(\frac{\partial\rho}{\partial y}\right) + \left(\frac{\partial w}{\partial\rho}\right) \left(\frac{\partial\rho}{\partial z}\right) = 0$$

となり、 $\partial\rho/\partial z$ で割ると

$$\frac{\partial z}{\partial\rho} \left[\left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)_\rho + \left(\frac{\partial v}{\partial y}\right)_\rho \right] - \frac{\partial u}{\partial\rho} \frac{\partial z}{\partial x} - \frac{\partial v}{\partial\rho} \frac{\partial z}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial\rho} = 0 \quad (5.11)$$

となる。他方、密度の式は (5.8) を用いると

$$-\frac{\partial\rho}{\partial z} \left[u \frac{\partial z}{\partial x} + v \frac{\partial z}{\partial y} \right] + w \frac{\partial\rho}{\partial z} = 0$$

この式の両辺に $\partial z/\partial\rho$ をかけて、 ρ で微分すると、

$$\frac{\partial}{\partial\rho} \left[u \frac{\partial z}{\partial x} + v \frac{\partial z}{\partial y} \right] - \frac{\partial w}{\partial\rho} = 0 \quad (5.12)$$

(5.11) と (5.12) から $\partial w / \partial \rho$ を消去すると、

$$\frac{\partial}{\partial x} \left[u \frac{\partial z}{\partial \rho} \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[v \frac{\partial z}{\partial \rho} \right] = 0 \quad (5.13)$$

を得る。

基礎方程式は、(5.9), (5.13) の4式。等密度面座標に移すことにより、 w が消え (流れは密度面に沿うので w は要らなくなる)、その分式が一つ減った。この等密度面座標上の方程式は、通常の層モデルで層の数を無限に増やしたのと同じである。 $\partial z / \partial \rho$ は

$$\lim_{\Delta \rho \rightarrow 0} \frac{z(\rho + \Delta \rho) - z(\rho)}{\Delta \rho}$$

なので、密度 ρ と $\rho + \Delta \rho$ の2つ面の間の距離、層厚を表す。

5.2 ポテンシャル渦度の保存

(5.13) の u, v を B で表現すると

$$\frac{\partial B}{\partial x} \frac{\partial}{\partial y} \left[\frac{1}{f} \frac{\partial z}{\partial \rho} \right] - \frac{\partial B}{\partial y} \frac{\partial}{\partial x} \left[\frac{1}{f} \frac{\partial z}{\partial \rho} \right] = 0 \quad (5.14)$$

となる。この式より、等密度面上での流線 $B(x, y, \rho)$ に沿って、 $q = \partial z / \partial \rho / f$ が一定となることが分かる。すなわち、

$$\frac{\partial z}{\partial \rho} = f q(B, \rho) \quad (5.15)$$

q は (相対渦度を無視した) ポテンシャル渦度の逆数であり、ポテンシャル厚さと呼ばれる。

5.3 Sverdrup 平衡

海面での密度を ρ_s 、 (x, y) によらず運動のない深層での密度を ρ_a とする。また、海面での Ekman pumping velocity を w_e とする。(??) 式より、

$$\beta v \frac{\partial z}{\partial \rho} = f \frac{\partial w}{\partial \rho} \quad (5.16)$$

(5.9) の第1式を代入すると

$$\frac{\partial z}{\partial \rho} \frac{\partial B}{\partial x} = \frac{\rho_0 f^2}{\beta} \frac{\partial w}{\partial \rho} \quad (5.17)$$

左辺は

$$\frac{\partial z}{\partial \rho} \frac{\partial B}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial \rho} \left(z \frac{\partial B}{\partial x} \right) - z \frac{\partial}{\partial \rho} \frac{\partial B}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial \rho} \left(z \frac{\partial B}{\partial x} \right) - \frac{g}{2} \frac{\partial}{\partial x} z^2$$

なので、(5.17) を海面 ($\rho = \rho_s, z = 0$) から運動のない深い層 ($\rho = \rho_a, \partial B/\partial x = 0$) まで積分すると、

$$\frac{\partial}{\partial x} \int_{\rho_s}^{\rho_a} \frac{g}{2} z^2 d\rho = \frac{\rho_0 f^2}{\beta} w_e \quad (5.18)$$

これが、Sverdrup 平衡の式 (3.4) の z を用いた表記である。

5.4 解の求め方

海洋循環構造を求めるという作業は、等密度面の深さ分布 $z(x, y, \rho)$ を求めるということである。必要な方程式は、静水圧 ((5.9) の第 3 式)、地衝流流線上でのポテンシャル渦度 (ポテンシャル厚さ) の保存 ((5.15) 式) と Sverdrup の式 ((5.18) 式) である。

$$\frac{\partial B}{\partial \rho} = gz, \quad (5.19)$$

$$\frac{\partial z}{\partial \rho} = fq(B, \rho) \quad (5.20)$$

$$\int_{\rho_s}^{\rho_a} \frac{g}{2} \frac{\partial z^2}{\partial x} d\rho = \frac{\rho_0 f^2}{\beta} w_e \quad (5.21)$$

東岸での等密度面の深さは、与えられた ρ のみの関数であり、 $z^e(\rho)$ と書く。東岸での Bernoulli 関数は (5.19) より求められ、それも、 ρ のみの関数で、 $B^e(\rho)$ と書くことにする。また、海面での密度 ρ_s は一般には (x, y) の関数である。東岸での海面での密度を ρ_s^e とすれば、(5.21) は

$$\frac{1}{2} \int_{\rho_s}^{\rho_a} z^2 d\rho - \frac{1}{2} \int_{\rho_s^e}^{\rho_a} z^{e2} d\rho = \frac{\rho_0 f^2}{\beta g} \int_{x_e}^x w_e dx = \phi \quad (5.22)$$

と書くことができる。ここで、 ϕ は東岸からの積分流量 ($\times f/g$) を表す量である (ここではこれを Sverdrup 関数と呼ぶことにする)。

さて、解き方であるが、この方程式系を解くためには、海面を除いて $q(B, \rho)$ が既知であることが必要である。 $q(B, \rho)$ は、亜熱帯循環域で海面に露出しない層に関しては、通常、前節の層モデルと同様、運動があるところでは循環境界での値に一様化されると考える。ventilate される密度面の西側の pool zone に関しても、層モデルと同様に渦位の一様化を考える。他方、ventilate されてくる水の $q(B, \rho)$ は以下の解き方によって自動的に決まる。

まず、ある緯度で $q(B, \rho)$ は既知であるとする。亜熱帯循環を考えると流線はすべて南向きなので、それより微小緯度だけ南での $q(B, \rho)$ は海面以外では既知である。他方、深い方では運動がないので、 z と B は東岸のものと同じになる。そこで、十分に深い所

$\rho = \rho_a$ での z と B 、すなわち、 $z^e(\rho_a)$ と $B^e(\rho_a)$ を初期値として、(5.19) と (5.20) を連立して、深い方から浅い方に積分していけば良いことになる。海面での境界条件は $\rho = \rho_s$ で $z = 0$ であるが、これを満足するように、その緯度での $\rho = \rho_s$ での $q(B, \rho_s)$ は決まる。ここで、注意しなければいけないのは、関数 $q(B, \rho)$ は一般に運動があるところと運動のないところでは不連続に変わるということである。運動があるところの $q(B, \rho)$ は何処かから流れてくる流体のポテンシャル厚さであり、運動がないところでのそれと自ずと違ってくるからである。一般に、海洋の循環においては、流れは、東の方では浅く、西に行くにしたがって深い所まで到達するようになる。そこで、運動がないところでは成層は東岸のものと同じであると考え。この時、ある場所での流れのあるもっとも深いところでの密度を ρ_b とすると、 $\rho > \rho_b$ では、

$$z(x, y, \rho) = z^e(\rho), \quad B(x, y, \rho) = B^e(\rho)$$

であり、それより上では、運動がある場所での $q(B, \rho)$ を用いて、

$$z = z^e(\rho), \quad B = B^e(\rho)$$

を初期条件として、(5.19) と (5.20) を積分する。

次に、 x と ρ_b の関係を求めなければいけない。もし、 ρ_s が y のみの関数であれば、 y と ρ_b を決めれば、その場所での z の ρ 分布が決まるので、その z を (5.22) に代入して左辺を計算することにより、 $\rho = \rho_b$ まで流れが及ぶある場所の x 座標を求めることが出来る。つまり、緯度毎に、 ρ_b を変えながら (5.19) と (5.20) を解いていけば、海洋循環の 3 次元構造が求まることになる。 ρ_s が x にも依存する場合には、 x を決めて、 ρ_b を変えながら (5.19) と (5.20) を繰り返し解き、(5.22) を満足する ρ_b を探すことになる (もしくは ρ_b を決めておいて、それに対応する x 座標 ($\rho_s(x, y)$) を探すことになる)。

亜熱帯循環と亜寒帯循環の境界での $q(B, \rho)$ は既知なので、そこを出発点にし、北から南に計算を進めていけば、自動的に海面での $q(B, \rho)$ も決まり、等密度線の深度分布が求まることになる。

5.5 モデル結果、その問題点と混合層の導入

海面での密度分布と w_e と東岸 (循環境界) での成層を与えれば、原理的には、境界値問題として、海洋の 3 次元構造が求まる。そのようにして、上の方程式系を数値的に解いた最初の研究は Huang (1988) である。Huang (1988) の結果を図??から??に示す。 $y = 0.5$ より北は亜寒帯循環である。亜熱帯循環での東西断面 (図??) も、亜熱帯亜寒帯を含む南北

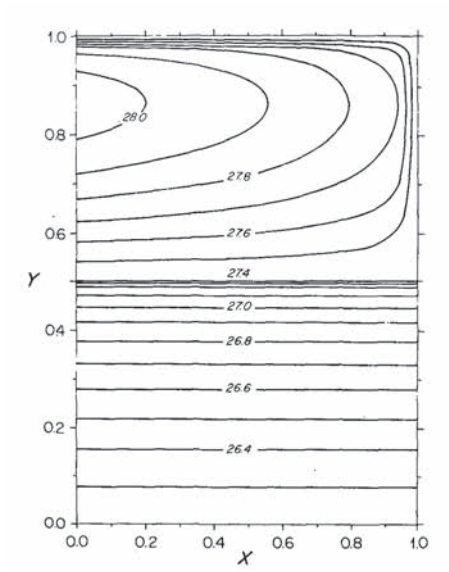


FIG. 3. Upper surface density (σ_θ) distribution in a subtropical-subpolar basin.

Figure 5.1: Huang 1988 のモデルにおける海面密度分布 (Huang 1988 より転載)

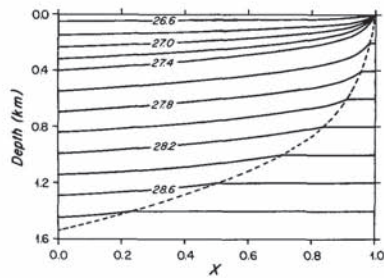


FIG. 11. Density section at $y = 0.25$. Dashed line is the base of the moving water, stagnant abyssal water is on the right and the deep unventilated thermocline is on the left. Note that below the $\sigma_\theta = 27.4$ isopycnal surface the density interval is double.

Figure 5.2: Huang 1988 のモデルにおける密度の東西分布 (Huang 1988 より転載)

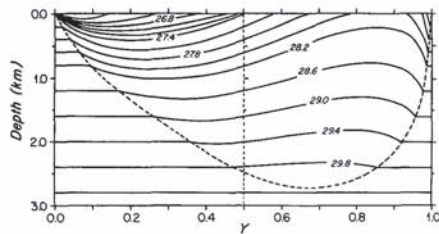


FIG. 13. Density section at the western boundary. Heavy dashed line is the base of the moving water, thin dashed line is the intergyre boundary. Isopycnal interval is double for non-outcropping isopycnals.

Figure 5.3: Huang 1988 のモデルにおける海面密度分布 (Huang 1988 より転載)

断面 (図??) も結構現実的である。しかし、それと同時にいくつか問題点があることが明らかになった。まず、層モデルからも予想されるように、海面に露出している密度面は、東岸ではすべて海面に来る。すなわち、東岸の海面での鉛直密度勾配が無限大になる。これは現実的ではない。さらに、循環境界では $w_e = 0$ であるため、東岸で密度勾配が無限大だと、循環境界に沿っても密度勾配が無限大になる。そのため、彼のモデルでは循環境界での南北密度傾度を無限大にしてある (図??)。ventilated thermocline における成層の出来方は、南北界面密度勾配が鉛直勾配に置き換わったものである。結局、循環境界のところでは、 $\partial\rho_s/\partial y$ が無限大でないでないと東岸での解と繋がらない。すなわち、海面密度分布に大きな制約が加わることになる。

このような問題を避け、さらに、現実的な描像を得るために、Huang (1990), Huang and Russel (1994) 等は、海面のところに密度が鉛直一様な混合層を導入した。北ほど深い混合層を入れ、混合層より深い所では、東岸に直交する流速成分がゼロ (密度面の深さが一定) とすれば、循環境界での混合層深より浅いところでの、東岸での成層は

$$z^e(\rho) = \rho_s = \rho \text{ の緯度での混合層の深さ}$$

となり、混合層のない場合のような、密度勾配が無限大になる様なところは生じない。この混合層深分布 $z_m(x, y)$ は境界条件として与えるもので、混合層を入れても解き方そのものは変わらない。単に海面近くで ρ が変化しないのに z のみが変わる層があるということなので、混合層の z 座標を z_m とした場合、(5.19), (5.20) を解くときの ρ_s での z を 0 の代わりに z_m とすれば後は同じである。

しかし、混合層を入れればすべてが解決すると言うわけではない。というのは、混合層内では鉛直には密度が一様であるが、南北の密度分布を持つ。この南北の密度分布とつり合う東向きの温度風が東岸で生じ、混合層を含めたときの東岸を横切る流れゼロの条件を満足しないからである。Huang (1990) は東岸での風が南向きであれば、エクマン流が西向きになるので、それによって、内部領域に戻っていく可能性があることを示唆している。また、風応力が純粋に zonal な場合、Sumata and Kubokawa (2001) によれば、この混合層内の東向きの流れは混合層の底で西向きとなり、内部領域に戻っている。この流れは shadow zone 内に限られるので、その点だけ注意をすれば、おそらくそう問題はない。

5.6 混合層の役割・海面条件とポテンシャル渦度

海洋の 3 次元構造には、内部のポテンシャル渦度分布が本質的に重要である。上で述べたように、ventilate される水のポテンシャル渦度も計算の過程で自動的に決定されるが、実

際どういう状況ならポテンシャル渦度が小さくなるか等を理解しておくことは重要である。そこで、ここでは、海面での条件と ventilate される水のポテンシャル渦度の関係について述べる。このポテンシャル渦度の決定には、混合層の分布が重要な役割を果たす。

混合層の底の z 座標を z_m 、そこでの水平流速を \mathbf{u}_m 、鉛直流速を w_m とする。ventilate される水のポテンシャル渦度は混合層の底での成層により決まる。密度幅 $\Delta\rho$ の層の厚さ Δz がこれらの量とどのように関係するかを見てみよう。まず混合層の底が平らであるとする。 \mathbf{u}_m の方向の座標を s とすると、混合層の底での密度面の深さの傾きは

$$\frac{\Delta z}{\Delta s} = \frac{w_e}{|\mathbf{u}_m|} \quad (5.23)$$

となる。 s 方向への混合層の密度の変化率は

$$\frac{\Delta\rho}{\Delta s} = \frac{\mathbf{u}_m \cdot \nabla\rho_s}{|\mathbf{u}_m|} \quad (5.24)$$

したがって、

$$\Delta z = \frac{\Delta z}{\Delta s} \Delta s = \frac{w_e}{\mathbf{u}_m \cdot \nabla\rho_s} \Delta\rho \quad (5.25)$$

となる。すなわち、 \mathbf{u}_m の方向に密度があまり変わらない、もしくは、 w_e が大きければ、低渦位の水が出来る。これは海面の水平の密度傾度が水平流と鉛直流により鉛直密度傾度に置き換わると言うことである。次に混合層の深さ分布の効果はどうなるか。 \mathbf{u}_m の方向に混合層が浅くなっていけば、直接成層の弱い水が水平に入ってくることになる。 Δs の距離での海面密度の変化は (5.24) で与えられる。この距離での z_m の変化が、混合層分布による亜表層の等密度面間の厚さの変化に対応する。すなわち、

$$\Delta z_m = \frac{\mathbf{u}_m \cdot \nabla z_m}{\mathbf{u}_m \cdot \nabla\rho_s} \Delta\rho \quad (5.26)$$

この両者の和より、 ventilate される水のポテンシャル厚さは

$$\frac{1}{f} \frac{\partial z}{\partial\rho} = \frac{1}{f} \frac{w_e + \mathbf{u}_m \cdot \nabla z_m}{\mathbf{u}_m \cdot \nabla\rho_s} \Delta\rho \quad (5.27)$$

と書ける。

Kubokawa and Inui (1999) は海洋 GCM 実験において、海洋混合層は、亜熱帯循環の北部で急激に深くなり、そこが、モデル内での低渦位水のソースになっていることを見いだした。現実においても、冬季の混合層はそのような構造を持つ。このような構造の構造が、スベルドラップ流が西向きとなる海洋の南半分で、東向きの流れを作る役割を果たしていると (少なくとも理想的な実験では) 考えられている。それについては、次章で触れる。

Chapter 6

水温躍層構造の歪みと海流

理想流体水温躍層理論は亜表層の渦位のラグランジュ的な保存に準拠している。渦位は層厚を与えることにより流れに影響する。流れは基本的に南向きなので、北部(通気水温躍層であれば outcrop)での渦位分布は、流れとの相互作用により、等密度面深さの歪みを増大させたりもする。それによって海流が作られたりもする。そういう可能性について考えてみる。なお、以下の話は主に、亜熱帯韓流と呼ばれるスベルドラップ流が西向きである領域に見られる東向きの表層海流(??)の成因として考えられたものである。

6.1 2層モデル

まずは、最も単純な2層モデルで考える。ここで2層というのは、主水温躍層を剛体境界に見立てた上層の2層である。総水深を H , 上層の厚さを h , reduced gravity を g' , コリオリパラメータを f , エクマンポンピング速度を w_e とする。地衡流バランスを仮定した時の下層の流速は

$$u_2 = -\frac{\partial\phi}{\partial y} + \frac{g'h}{f} \frac{\partial h}{\partial y}, \quad v_2 = \frac{\partial\phi}{\partial x} - \frac{g'h}{f} \frac{\partial h}{\partial x} \quad (6.1)$$

となる。ここで、 ϕ はスベルドラップ関数(スベルドラップ流線関数)

$$\phi = \frac{f^2}{\beta} \int_x^{x_w} w_e dx \quad (6.2)$$

である。これを下層の質量保存の式

$$-\frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}[(H-h)u_2] + \frac{\partial}{\partial y}[(H-h)v_2] = -w_I \quad (6.3)$$

(ここで、 w_I は interface を横切る流速で、immissible な流体であれば、ゼロである)に代入すると、

$$\frac{\partial h}{\partial t} - \frac{1}{H} J(\phi, (H-h)/f) + \frac{\beta g'(H-h)h}{f^2 H} \frac{\partial h}{\partial x} = w_I \quad (6.4)$$

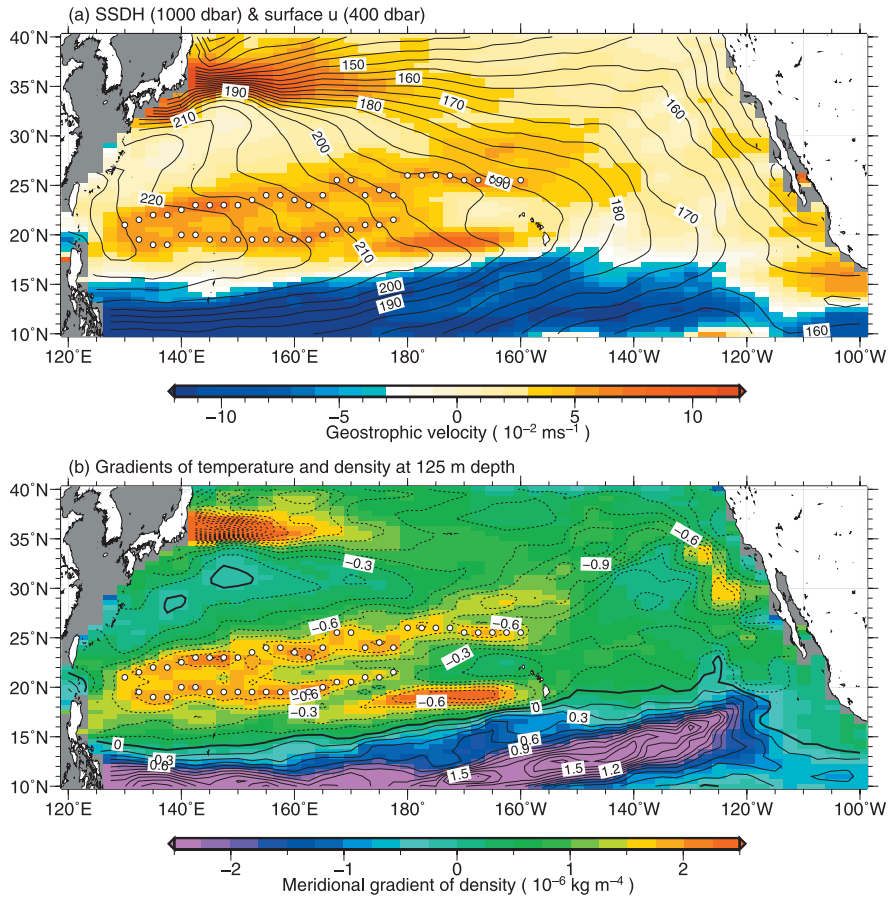


Figure 3. (a) Annual-mean surface zonal geostrophic velocity relative to 400 dbar (color shade), and sea surface dynamic height referenced to 1000 dbar (contours with an interval of 5 cm). (b) Meridional gradient of temperature (contour) and potential density (color) at 125 m depth. Open circles in both panels denote the STF locations detected in this study (see text).

Figure 6.1: (a) 太平洋表層の東向き地衡流 (1000db 基準の海面高度と 400db に相対的な東向き地衡流速) (b) 深度 125m での南北温度勾配 (Kobashi et al. 2006 より転載)

となる。ここで、 $J(A, B) = A_x B_y - A_y B_x$ は Jacobian operator.

定常を仮定し、さらに、東西座標として、 x の代わりに ϕ を用いると (6.4) は

$$\frac{\partial q}{\partial y} - \beta g'(H - fq)q \frac{\partial q}{\partial \phi} = \quad (6.5)$$

ここで、 $q = (H - h)/f$ はポテンシャル厚さ (ポテンシャル渦度の逆数) である。この式は、 y を時間だとすると (6.4) ので $\phi = 0$ とした非線形ロスビー波の式

$$\frac{\partial q}{\partial t} - \frac{\beta}{fH} g'(H - fq)q \frac{\partial q}{\partial x} = 0 \quad (6.6)$$

とほぼ同じであることが分かる。ロスビー波の速度は $h = \frac{1}{2}H$ で最大となる。したがって、 $h < \frac{1}{2}H$ の場合、東側の層が西側のそれより厚ければ、突っ立ちが生じ、波の前面 (西側) が立ってくる。(6.5) の場合もまるっきり同様で、 $h < \frac{1}{2}H$ の場合、東側 (ϕ の小さい側) の層が西側 (ϕ の大きい側) それより厚ければ、スベルドラップ流により南に流れていくに従い、西側にツツッテいくこととなる。Cushman-Roisin (1984), Dewar (1992) and Kubokawa (1995, 1997) はすべてこの突っ立ちによる。これらの違いは、どのようにして東側の h が大きくなる、もしくは、 q が小さくなるかである。

まず、ventilated thermocline において outcrop が東西でない場合について考えよう。2層目の渦位は、outcrop の緯度で与えられる。2層目の深さが一定 H なので、2層目の渦位は f/H である。したがって、北で沈み込んだ水の方が高渦位となる。東の方ほど outcrop が北にある場合には、東の方ほど、2層目が高渦位、したがって、同じ緯度で見ると、東の方が上層が熱いという構造になる。これは停滞ロスビー波の突っ立ちが起きる条件である。その例を図 6.2 に示す。フロント構造が現れる。フロントに沿って流れは東向きである。Dewar (1992) はこれを spontaneous shock と呼んだ。

次の例は、西岸近くでの亜表層の南北渦位分布が影響する可能性である。ここでは、亜熱帯循環北部の西岸近くの亜表層に低渦位領域が存在し、それ対してその北側では高渦位であるとする (これは、深い混合層に起因する亜熱帯モード水と呼ばれる低渦位水の存在からの発想である)。その構造が循環に沿って流されると、北の高渦位が東に周り、東ほど高渦位という構造が出来る。そうすると亜熱帯循環の南半分にも東向きの流れを伴うフロントが形成される (図 6.3)。

もう一つは東岸である。東岸では混合層で東向きに流れた水がその下の内部領域で西に戻るといった考えがある。その場合、傾圧構造を考えると亜表層の渦位は北ほど大きい。ということで、同じ様なことが起きうる。

さて、海洋の数値モデルでも、亜熱帯韓流のような流れは生じる。Kubokawa and Inui (1999) は数値実験を行い、主水温躍層より上の層の水は東ほど重くなっていることを見出

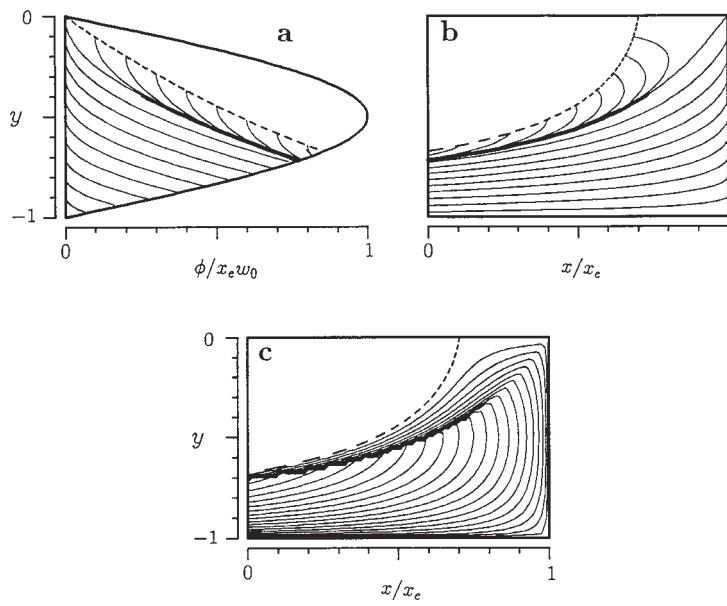


Fig. 4. Same as Fig. 3, but for the case in which the source of the Rossby wave forming the shock is the outcrop line of the ventilated thermocline. The thick broken line is the outcrop line. $\beta=0.7$, the contour interval in (c) is 0.025, and for other parameters, see text.

Figure 6.2: Outcrop が東西に傾いている時の前線形成 (Kubokawa 1995 より転載)

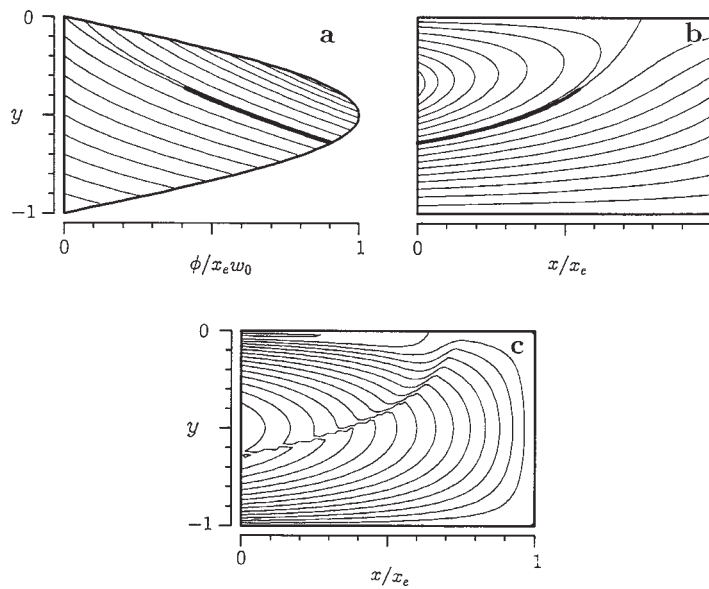


Fig. 5. Same as Fig. 3, but for the case in which the source of the Rossby wave forming the shock is the western boundary and the shock is accompanied by the northeastward current. $\beta=0.7$, the contour interval in (c) is 0.025, and for other parameters, see text.

Figure 6.3: 西岸での南北渦位分布による前線形成 (Kubokawa 1995 より転載)

した。前節の2層モデルで亜熱帯反流の様な構造を作るには東ほど低密度であること (h が大きいこと) が必要であった。したがって、この実験結果は前節の2層モデルでは説明できない。そこで、次節では、多層モデルを用いて、他のメカニズムについても考えてみる。

6.1.1 多層モデル

j 番目の密度界面の深さを z_j (≥ 0) とする。番号は深い方から取り、 z_1 より深いところは静止しているとする。各密度面での reduced gravity を γ_j と書く。渦位保存と温度風関係より、各層の方程式は

$$J(\gamma_1 z_1, (z_2 - z_1)/f) = 0. \quad (6.7)$$

$$J(\gamma_1 z_1 + \gamma_2 z_2, (z_3 - z_2)/f) = 0. \quad (6.8)$$

$$J(\gamma_1 z_1 + \gamma_2 z_2 + \gamma_3 z_3, (z_4 - z_3)/f) = 0. \quad (6.9)$$

最上層では、

$$J\left(\sum_{j=1}^n \gamma_j z_j, z_n/f\right) = -w_e = -\frac{\beta}{f^2} \frac{\partial \phi}{\partial x} \quad (6.10)$$

全ての層を足し算すると、

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\sum_{j=1}^n \frac{\gamma_j}{2} z_j^2 \right) = \frac{\partial \phi}{\partial x} \quad (6.11)$$

これがスベルドラップ平衡。 x 積分すれば、

$$\sum_{j=1}^n \gamma_j (z_j^2 - z_{0j}^2) = 2\phi \quad (6.12)$$

ここで、 z_{0j} は東岸での値。

z_1 を (独立変数に見立てて) 東西軸に取ると

$$\left(\frac{\partial}{\partial y} \left\{ \frac{z_2 - z_1}{f} \right\} \right)_{z_1} = 0 \quad (6.13)$$

となる。添字は、それを固定しての微分を表す。すなわち、この式は、 z_1 の等値線に沿って $(z_2 - z_1)/f$ (ポテンシャル厚さ = ポテンシャル渦度の逆数) が一定であることを示す。

その上の層は、

$$\left[\gamma_1 + \gamma_2 \left(\frac{\partial z_2}{\partial z_1} \right)_y \right] \left(\frac{\partial}{\partial y} \left\{ \frac{z_3 - z_2}{f} \right\} \right)_{z_1} - \gamma_2 \left(\frac{\partial z_2}{\partial y} \right)_{z_1} \left(\frac{\partial}{\partial z_1} \left\{ \frac{z_3 - z_2}{f} \right\} \right)_y = 0 \quad (6.14)$$

となる。第2項の $\gamma_2 \left(\frac{\partial z_2}{\partial y} \right)_{z_1}$ は最下層の流れに相対的な第2層での東西流を表す。最下層の流れが南向きであれば、ポテンシャル渦度の保存より、 $z_2 - z_1$ は小さくなる。 z_1 一定の線 (最下層での流線) に沿ってみれば z_2 の界面は南ほど下がり、2層目の流れは相対的に東向きの流れの成分を持つことになる。このように、深い方から浅い方へ向かうにつれて流れの東向き成分が強まり (西向き成分が弱まり) 流れの向きが回転する性質 (北半球亜熱帯循環では反時計回り) をベータスパイラルという (Stommel and Shott, 1977)。

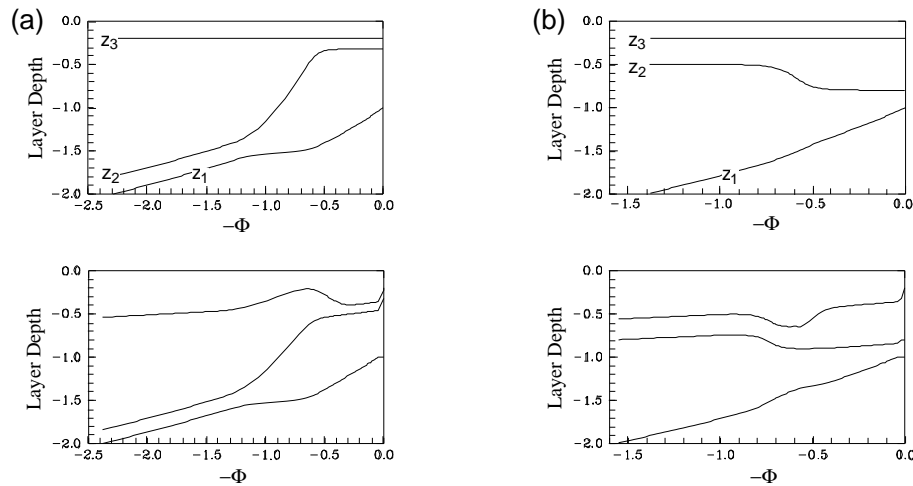


Figure 6.4: 北の渦位分布の南への影響 : 3.5 層モデル。 (Kobashi and Kubokawa 2012 より転載)

ポテンシャル渦度の小さいところ、大きいところの東西位置が深さによって違っていれば、その位置関係は流れが南に行くにしたがって変っていき、上層に凸凹ができる。図 6.4(a) に東ほど重い層に低渦位水がある例を示す。初期に東側にあった重くて分厚い水が西側の軽くて厚い水と重なって上の密度面を持ち上げているのが分かる。Kubokawa (1999) は Kubokawa and Inui (1999) の実験ではこの様な事が起きていると結論している。図 6.4(b) には、西に重い低渦位水がある例を示す。この場合には、各層の高渦位領域が同じ水平位置に来て、上層の密度面は引き下げられる。これによっても、東向きの流れが現れる。

このような密度構造の形成は、冬季混合層の深さ分布による。混合層の深度はフロント上になっており、その混合層深フロントと密度面の関係で鉛直密度構造が決まる (Kubokawa 1999)。図 6.5-6.7 に、混合層分布を変えた時の通気水温躍層モデルでの計算結果を示す。

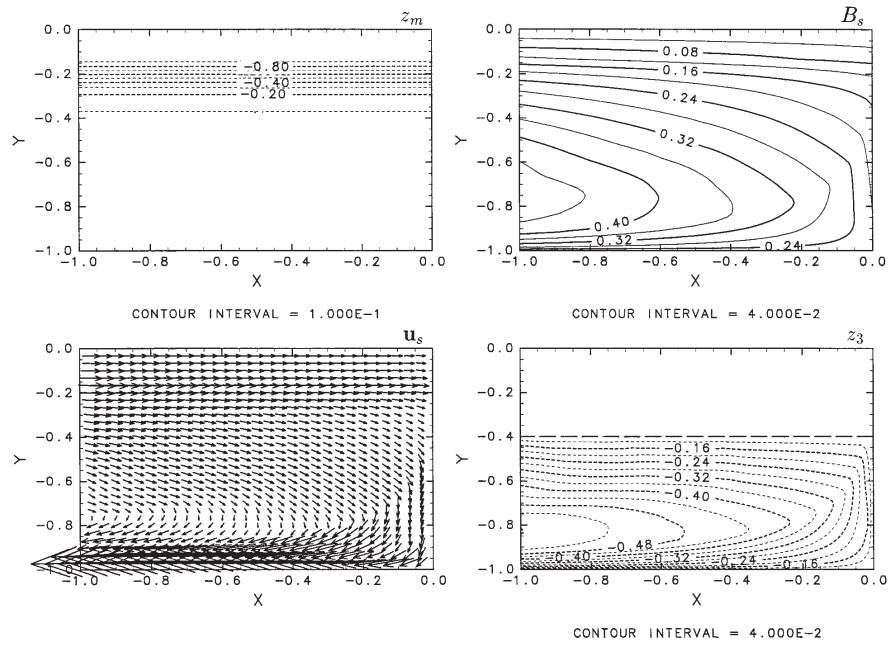


FIG. 5. An example of numerical solution of the ventilated thermocline model: the specified mixed layer depth z_m , the Bernoulli function on the sea surface B_s , the surface geostrophic current vectors \mathbf{u}_s , and the depth of the isopycnal surface z_3 outcropping at $y = -0.4$. The model consists of seven active layers. The contour intervals for z_m , B_s , and z_3 are written below each panel. The horizontal dashed line in the lower-right panel denotes the outcrop latitude.

Figure 6.5: 混合層分布の影響: 混合層深が東西一様 (Kubokawa 1999 より転載)

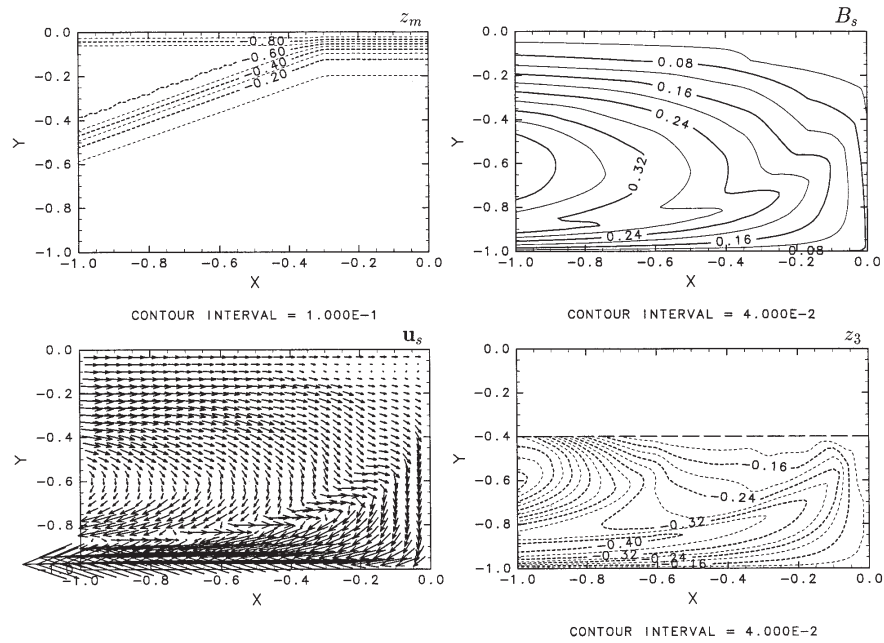


FIG. 7. As in Fig. 5 but for a case with northeastward slanting mixed layer front shown in the upper-left panel. In this case, a countercurrent occurs. Contour intervals for z_m , B_s , and z_3 are written below each panel.

Figure 6.6: 混合層分布の影響: 混合層深が東で北に移動 (Kubokawa 1999 より転載)

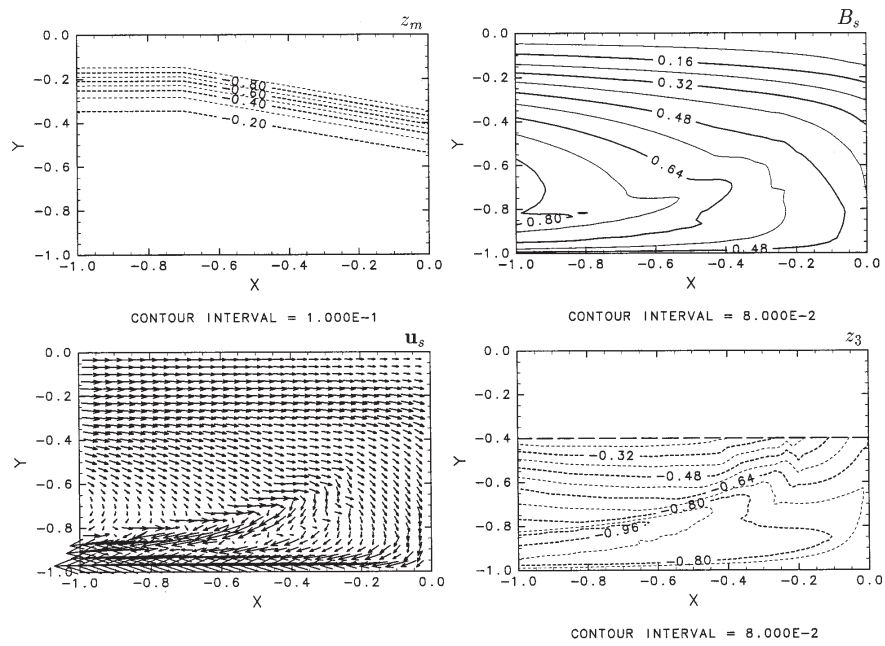


FIG. 16. As in Fig. 14 but for a case with southeastward slanting mixed layer front.

Figure 6.7: 混合層分布の影響: 混合層深が東で南に移動 (Kubokawa 1999 より転載)

Chapter 7

おわりに

この授業では、海洋物理の授業を受けていないであろう人向けに、渦の効果等を考えずに、境界値問題として海洋循環を捉えようとした時、どのように考えればよいかということについて述べた。前半は海洋の基礎であり、4章,5章が中心である。それらの章で紹介した通気水温躍層と渦位の一様化からなる海洋循環はそれなりに海洋の構造を表現し、また、その特徴を説明することが出来る、標準的な理論である。ただし、連続成層モデルを考えた時、散逸がないという事が特異性を齎す。東岸の特異性を消す方法として、混合層を含めるといふものがある。熱塩循環の結果生じると考えられるバックグラウンドの基本成層と混合層分布と海面密度分布と風応力分布を与えると、取り敢えず、現実の特徴を備えた解を境界値から得ることが出来る。ただし、混合層の流量収支は満足しない。

シンプルな渦非分解モデルにおいて、混合層内の東向きの流れが東岸でどのような鉛直密度応答像を作り、収支を満足させるかという点に関しては、Sumata and Kubokawa (2001) が解を得ている。この解は混合層の底に密度不連続面を伴う。したがって、それを正直に非粘性モデルに組み込むのは実は困難である。また、理想的状況での混合層深フロントの形成機構は Nishikawa and Kubokawa (2007) が明らかにしたが、その形成は、流れの場が重要となるため、実は純粋な意味では境界条件ではない。いろいろまだ改善可能なところがあるようにも見えるが、実際上は渦の効果は重要であり、このような形での精密化には実用上の意味がないというのがおそらく正しい。渦位が保存する系であると考えれば、非線形ロスビー波の時間発展と同様のことが定在構造に現れるというのが6章の話である。現実には渦拡散が重要でそんなに保存性が良いわけではないので、注意が必要である。

理想流体水温躍層モデルの利用法としては、大気の変動に対して海洋がどのように定常応答するか、すなわち、大気状態に対する海洋循環構造の依存性という観点の研究もいくつかなされている (Huang and Pedlosky 1999; Huang 2000a,b; Kubokawa and Xie

2002 等)。シンプルなので、何故そうなるかが明確なのが利点である。また、時間変動する大気強制に対する応答というの、いくつか調べられている。平均流と渦位傾度の向きが鉛直方向に変化するこのシステムでの波の性質がどうなるのか、風が振動するとどうなるのかという事については、最も単純な 2.5 層モデルについて、セミナーでお話する。

最後に、準備時間の都合上、ちゃんとした reference を準備できなかったこと、その他、誤植や不十分な図や説明など、諸々、準備不足に由来する不備な点があったことをお詫びしておきたい。